



**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CD. GUZMÁN**

**PROGRAMA DE MAestrÍA EN CIENCIAS  
DE LA COMPUTACIÓN**

**TESIS**

**TEMA:**

**DISEÑO DE UN MODELO DE VIAJE COMPARTIDO A TRAVÉS DEL USO DE LA  
TEORÍA DE JUEGOS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**

**PRESENTA:**

**CARLOS HERNÁNDEZ BERNAL**

**DIRECTORES:**

**DR. DANIEL FAJARDO DELGADO  
DR. JOEL ANTONIO TREJO SÁNCHEZ  
DR. ISMAEL EDREÍN ESPINOSA CURIEL**

**CD. GUZMÁN JALISCO, MÉXICO, AGOSTO DE 2018**

SEP

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Cd. Guzmán

Cd. Guzmán, Jal. a 09/Agosto/2018

Oficio No. DEPI/60/18

ASUNTO : AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

**C. CARLOS HERNÁNDEZ BERNAL**  
**N.C. M16290033**

En cumplimiento con el documento normativo de las disposiciones para la operación de estudios de posgrado del Tecnológico Nacional de México y con base en la aprobación del Comité Tutorial comisionado para su revisión; la División de Estudios de Posgrado e Investigación le otorga la autorización de impresión de su trabajo de tesis intitulado:

**"DISEÑO DE UN MODELO DE VIAJE COMPARTIDO A TRAVÉS DEL USO DE LA TEORÍA DE JUEGOS"**

dirigido por el **Dr. Daniel Fajardo Delgado**, desarrollado como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias de la Computación, de acuerdo al plan de estudios MCOM-2011-05.

Sin otro asunto en particular, quedo de usted.

**ATENTAMENTE**

  
**DR. HUMBERTO BRACAMONTES DEL TORO**  
**JEFE DE DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



**S.E.P. TecNM**  
**INSTITUTO TECNOLÓGICO**  
**DE CD. GUZMAN**  
**DIVISION DE ESTUDIOS**  
**DE POSGRADO E**  
**INVESTIGACION**

C.p. Archivo



Av. Tecnológico No. 100 C.P. 49100 A.P. 150  
Cd. Guzmán, Jal. Tel. Conmutador (341) 5 75 20 50  
[www.itcg.edu.mx](http://www.itcg.edu.mx)



[www.itcg.edu.mx/Sistemas de Gestión/Calidad](http://www.itcg.edu.mx/Sistemas de Gestión/Calidad)

**Resumen** de la tesis de **Carlos Hernández Bernal**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias de la Computación. Zapotlán el Grande, Jalisco, México, agosto de 2018.

**Diseño de un modelo de viaje compartido a través del uso de la teoría de juegos.**

Resumen aprobado por:

---

Dr. Daniel Fajardo Delgado

Director de Tesis

---

Dr. Joel Antonio Trejo Sánchez

Codirector de Tesis

---

Dr. Ismael Edreín Espinosa Curiel

Codirector de Tesis

Un sistema de viaje compartido es un modo de transporte donde dos o más usuarios comparten un mismo vehículo y dividen los gastos de viaje, con base a rutas e itinerarios similares. La mayoría de los sistemas actuales de viaje compartido, tales como Uber, Fliinc y Lyft, entre otros, definen una relación de usuarios o emparejamiento únicamente con base en la coincidencia de rutas. Sin embargo, estos sistemas no garantizan un emparejamiento estable; i.e., que no se asegura que todos los usuarios son asignados a usuarios que ellos prefieren. En el presente trabajo, se propone un nuevo modelo de sistema de viaje compartido que contempla cuatro tipos de viaje distintos: idéntico, inclusivo, parcial y con desvío. Con base en este modelo, se presenta un nuevo algoritmo para tratar el problema de emparejamiento estable en sistemas de viaje compartido. También se propone un nuevo protocolo de comunicación entre usuarios con base en el modelo publicador/suscriptor. Finalmente, se presenta un conjunto de simulaciones experimentales del algoritmo propuesto.

**Palabras clave:** viaje compartido, emparejamiento, estabilidad, teoría de juegos algorítmicos.

**Abstract** of the thesis presented by **Carlos Hernández Bernal**, in partial fulfillment of the requirements for the Master degree in Computer Science. Zapotlán el Grande, Jalisco, México, august 2018.

**Design of a ridesharing model through the use of game theory.**

Abstract approved by:

---

Dr. Daniel Fajardo Delgado

Director de Tesis

---

Dr. Joel Antonio Trejo Sánchez

Codirector de Tesis

---

Dr. Ismael Edreín Espinosa Curiel

Codirector de Tesis

A ridesharing system is a transport mode where two or more users share a same vehicle and they divide the expenses of the trip based on similar routes and itineraries. Popular ridesharing systems, such as Uber, FlixBus, and Lyft, among others, define a matching among users based only on the coincidence of routes. However, these systems do not guarantee a stable matching; i.e., a matching in which no user prefer another one different from the currently assigned. In this thesis work, we propose a new ridesharing system model that includes four different types of trips: identical, inclusive, partial, and with deviation. We use this model to introduce a new algorithm to address the stable matching problem for ridesharing systems. We also propose a new communication protocol among users based on the publish/subscribe model. Finally, we also present a set of experimental simulations of the proposed algorithm.

**Keywords:** ridesharing, matching, stability, algorithmic game theory.

# Dedicatoria

*A mi madre*

Por ser el pilar más importante y por demostrarme siempre su cariño y apoyo incondicional sin importar nuestras diferencias de opiniones.

*A mi padre*

A pesar de nuestra distancia física, siento que estas conmigo siempre y aunque nos faltaron muchas cosas por vivir juntos, sé que éste momento hubiera sido tan especial para tí como lo es para mí.

# Agradecimientos

A mi madre Martha Bernal Macias por brindarme su apoyo siempre y estar en los momentos felices y difíciles de mi vida, por ayudarme a cumplir mis sueños, y porque no existe manera alguna en esta vida en que pueda pagarle todo lo que ha hecho por mi.

A mis hermanos, mis sobrinos y mis cuñados por apoyarme y por brindarme buenos consejos y lecciones muy importantes en mi vida, por haberme dado momentos de alegría y de distracción y sobre todo por ser parte de mi familia.

Al Dr. Ismael Edreín Espinosa Curiel y al Dr. Joel Antonio Trejo Sánchez por dedicarme tiempo y orientarme durante mi trabajo de tesis, y por siempre escucharme y brindarme su apoyo.

Gracias a mis amigos del ITCG, Blanca, Vero, Hector, Jair, Eduardo y Diego por dejarme muchos recuerdos felices dentro y fuera del ITCG.

A Laura Belén Morán Velasco por su participación como residente de apoyo para el presente proyecto.

Al Dr. Daniel Fajardo Delgado, más que mi maestro, un amigo.

Al CONACyT por el apoyo económico para la realización de mis estudios de maestría.

# Contenido

	Página
Resumen en español	i
Resumen en inglés	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	v
Lista de figuras	vi
Lista de tablas	vii
Lista de pseudo-códigos	viii
<b>I. Introducción</b>	<b>1</b>
I.1. Planteamiento del problema . . . . .	3
I.2. Objetivos . . . . .	4
I.2.1. Objetivo general . . . . .	5
I.2.2. Objetivos específicos . . . . .	5
I.3. Preguntas de investigación . . . . .	5
I.4. Aportaciones . . . . .	6
I.5. Organización de la tesis . . . . .	7
<b>II. Marco teórico</b>	<b>8</b>
II.1. Sistemas de viaje compartido . . . . .	8
II.1.1. Historia . . . . .	8
II.1.2. Tipos de viajes compartidos . . . . .	10
II.1.3. Coincidencia espacial y temporal . . . . .	12
II.1.4. Precios . . . . .	13
II.2. Emparejamiento . . . . .	14
II.3. Sistemas de reputación . . . . .	16
<b>III. Modelo propuesto del sistema de viaje compartido</b>	<b>18</b>
III.1. Ahorro . . . . .	20
III.2. Sistema de reputación . . . . .	22
III.2.1. Ejemplo del sistema de reputación . . . . .	25

## Contenido (continuación)

	Página
<b>IV. Emparejamiento estable</b>	<b>27</b>
IV.1. Algoritmo de Gale y Shapley . . . . .	27
IV.2. Algoritmo propuesto . . . . .	29
IV.2.1. Ejemplo de emparejamiento estable . . . . .	31
IV.2.2. Ejemplo de emparejamiento máximo . . . . .	36
IV.3. Protocolo de comunicación . . . . .	40
<b>V. Simulación experimental</b>	<b>42</b>
V.1. Simulación del emparejamiento estable . . . . .	42
V.1.1. Casos de prueba . . . . .	42
V.1.2. Métrica para la calidad de la soluciones . . . . .	44
V.1.3. Análisis estadístico . . . . .	44
V.1.4. Entorno computacional . . . . .	45
V.1.5. Descripción del simulador . . . . .	45
V.1.6. Resultados experimentales . . . . .	46
V.2. Simulación del protocolo de comunicación . . . . .	47
<b>VI. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>58</b>
<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>60</b>



# Lista de figuras

Figura		Página
1.	Tipos de viaje compartido; a) idéntico; b) inclusivo; c) parcial; y d) con desvío. . . . .	19
2.	Grafo bipartito completo ponderado como entrada del algoritmo. . . . .	32
3.	Grafo obtenido primera iteración. . . . .	34
4.	Grafo obtenido después de la segunda iteración. . . . .	35
5.	Secuencia final de emparejamiento. . . . .	36
6.	Ejemplo de un caso del conjunto de grafos de prueba. . . . .	43
7.	Ejemplo de salida del prototipo de simulación. . . . .	46
8.	Convergencia en las soluciones de los algoritmos. . . . .	47
9.	Precio de la estabilidad. . . . .	47
10.	Simulación entorno de viaje compartido. . . . .	48

# Lista de tablas

Tabla		Página
I.	Valores de reputación local. . . . .	25
II.	Matriz de preferencias. . . . .	33
III.	Emparejamiento de la primera iteración. . . . .	33
IV.	Emparejamiento de la segunda iteración. . . . .	35
V.	Emparejamiento de la tercera iteración. . . . .	35
VI.	Matriz de preferencias . . . . .	37
VII.	Selección de la preferencia máxima. . . . .	38
VIII.	Diferencia de la mayor preferencia. . . . .	38
IX.	Diferencia del mayor elemento por filas. . . . .	39
X.	Diferencia de la mayor preferencia. . . . .	39
XI.	Selección segunda iteración. . . . .	40
XIV.	Ruta completa de $u_j^3$ . . . . .	49
XII.	Ruta completa de $u_j^1$ . . . . .	51
XIII.	Ruta completa de $u_j^2$ . . . . .	52
XV.	Rutas incluidas en $R_{u_j^1}$ y $R_{u_j^2}$ . . . . .	53
XVI.	Rutas incluidas en $R_{u_j^1}$ y $R_{u_j^3}$ . . . . .	54
XVII.	Rutas incluidas en $R_{u_j^1}$ . . . . .	57

# Lista de pseudo-códigos

Pseudo-código	Página
1. Algoritmo propuesto para el emparejamiento estable. . . . .	30
2. Protocolo de comunicación. . . . .	41

# Capítulo I

## Introducción

La congestión vehicular urbana es un problema creciente y uno de los principales retos en la mayoría de las ciudades de México. Tan solo en la Zona Metropolitana del Valle de México, diariamente se realizan 6.60 millones de viajes en vehículo particular, donde el número promedio de ocupantes por vehículo es de apenas 1.5 usuarios (INEGI, 2017b). Dentro de esta zona, destaca la Ciudad de México como la ciudad con mayor congestión vehicular en el mundo, y en la que a cada viaje se le agrega un 66 % de tiempo extra en promedio<sup>1</sup>. Parte del problema se debe a que la mayoría de los usuarios prefiere la comodidad, privacidad y flexibilidad que ofrece viajar en un vehículo particular, a pesar del impacto adverso tanto en lo económico como en lo ambiental. En el periodo de 2005 a 2012, México se ha posicionado a nivel mundial entre los 10 países con mayor contribución en la generación de emisiones de gases de efecto invernadero (John *et al.*, 2017; Ríos, 2017; INEGI, 2017a). Adicionalmente, la aglomeración de vehículos terrestres requiere de la creación o mejora de infraestructura y controles de seguridad que implican inversiones económicas considerables.

Existen diversas propuestas para mitigar el problema de congestión vehicular urbana, tales como la implementación de programas públicos del tipo ‘hoy no circula’ (Blackman *et al.*, 2018), el uso de vehículos autónomos (Goerzen *et al.*, 2009; Duarte y Ratti, 2018), o la incentivación y mejora de la experiencia de uso del transporte

---

<sup>1</sup> *Tomtom Traffic Index*. Disponible en: [https://www.tomtom.com/es\\_mx/trafficindex/list](https://www.tomtom.com/es_mx/trafficindex/list) (fecha de consulta: 1 de Agosto de 2018)

público (Beirão y Cabral, 2007). De estas propuestas destacan los sistemas de viaje compartido (o ridesharing). Un sistema de viaje compartido es un modo de transporte donde dos o más usuarios comparten un mismo vehículo y dividen los gastos de viaje (como combustible, peaje y tarifas de estacionamiento), con base a rutas e itinerarios similares (Agatz *et al.*, 2012; Furuhata *et al.*, 2013; Morency, 2007; Chan y Shaheen, 2012; Ferguson, 1997). Comparado con otros medios de transporte convencionales, un sistema de viaje compartido mantiene la flexibilidad y comodidad de un vehículo particular en combinación con tarifas y precios similares al transporte público (Morency, 2007). Un sistema de viaje compartido incluso sería más conveniente que el servicio de taxi, ya que los roles de conductor y de pasajero puede intercambiarse y extenderse a cualquier persona, permitiendo el ahorro de costos sin fines de lucro (Chan y Shaheen, 2012; Morency, 2007).

A pesar de los grandes beneficios que conlleva el uso de sistemas de viaje compartido, actualmente existen una serie de retos y desafíos que han limitado su adopción masiva. Uno de ellos es la percepción de inseguridad al viajar con desconocidos. De acuerdo a un estudio realizado por Anima *et al.* (2010), donde participaron estudiantes de una universidad en Estados Unidos de America, se observó que el 98 % de los participantes aceptarían viajar con un amigo, y un 69 % aceptarían viajar con el amigo de un amigo. Dicho estudio concluye que solamente un 7 % de los participantes aceptarían viajar con un desconocido. Otro desafío es la percepción de una baja garantía en los compromisos para efectuar un viaje compartido, donde las partes no necesariamente tienen la obligación de cumplir el acuerdo (Amey, 2011). Por ejemplo, si el conductor tiene una cita inesperada o alguna emergencia, el pasajero puede quedar sin opción de viaje o viceversa. Por otra parte, según Amey (2011), la mayoría de usuarios (pasajeros y conductores) a menudo prefieren horarios relativamente fijos y lugares indicados, lo que

dificulta la flexibilidad en la definición de rutas e itinerarios. Así, tanto la flexibilidad en rutas y horarios como la percepción de garantía en las asignaciones de viajes compartidos son a menudo objetivos conflictivos. Otros retos y desafíos concernientes a los sistemas de viaje compartido son: el diseño de mecanismos de financiamiento de los gastos de viaje, la fiabilidad del servicio, los viajes con múltiples rutas, la administración de controles de seguridad, entre otros. Para mayor detalle, consultar (Furuhata *et al.*, 2013).

Actualmente, los sistemas de viaje compartido se asocian con el concepto de viajes dinámicos (Saranow, 2006). Un viaje dinámico se refiere a un sistema que soporta un proceso de asignación automática entre los participantes en un corto plazo o incluso en ruta (Agatz *et al.*, 2012). Recientemente, los teléfonos inteligentes son elementos clave que se están volviendo cada vez más popular en los viajes dinámicos (Smith, 2015). Este tipo de teléfonos suelen estar equipados con capacidades de comunicación, incluyendo la conectividad de red (Duggan y Smith, 2013) y el sistema de posicionamiento global (GPS, por sus siglas en inglés) (Zickuhr y Smith, 2012).

## I.1. Planteamiento del problema

La demanda de múltiples usuarios (pasajeros y conductores) que buscan compartir un viaje implica definir una relación entre ellos. Establecer esta relación de usuarios con base en sus preferencias se conoce como el problema de emparejamiento (o ride matching) (Agatz *et al.*, 2012). Los servicios actuales de sistemas de viaje compartido, provistos por empresas tales como Uber<sup>2</sup>, Fliinc<sup>3</sup> y Lyft<sup>4</sup>, se basan en un algoritmo

---

<sup>2</sup><https://www.uber.com/>

<sup>3</sup><https://flinc.org/>

<sup>4</sup><http://www.lyft.me>

simple de emparejamiento que relaciona a los usuarios únicamente con base en la coincidencia de rutas (Alarabi *et al.*, 2016; Sun *et al.*, 2018). De acuerdo a Cao *et al.* (2015) y Alarabi *et al.* (2016), el emparejamiento de usuarios además se limita a dos aspectos principales de este tipo de sistemas: 1) el destino del conductor depende del destino del pasajero; 2) el costo del servicio lo define un proveedor con base en distancias y tiempos, sin considerar la compartición de costos tanto del pasajero como del conductor. Adicionalmente, en estos sistemas de viaje compartido no se garantiza un emparejamiento estable entre los usuarios.

El *problema de emparejamiento estable*, representa una relación entre usuarios del sistema donde ningún usuario prefiere a otro antes que el actual. El concepto de estabilidad puede aplicarse a distintos tipos de emparejamientos, tales como el emparejamiento uno a uno (Gale y Shapley, 2013), de uno a muchos (Roth, 1984), y de muchos a muchos (Sotomayor, 1999). Sin embargo, encontrar un emparejamiento estable (en cualquiera de sus variantes) que tenga la cardinalidad máxima es un problema NP-difícil (Manlove *et al.*, 2002). A la fecha, y hasta donde el presente autor conoce, no existe un método estándar en la literatura científica para el emparejamiento estable de usuarios en los sistemas de viaje compartido.

Por otra parte, los problemas de emparejamiento relacionados a las preferencias de los usuarios en los modelos de servicios de viaje compartido, generalmente contemplan la inclusión de un sistema de reputación (Agatz *et al.*, 2012; Furuhata *et al.*, 2013). Un *sistema de reputación* consiste en asignar un nivel de confianza a cada usuario respecto a la calidad del servicio que provee (Kreps y Wilson, 1982). Estos sistemas usualmente se basan en la evaluación de un historial de servicios (Furuhata *et al.*, 2013). Una propuesta innovadora son los sistemas de reputación basados en el desempeño dentro del sistema, donde la reputación de un usuario se define con base en su posición como miembro de

una comunidad. En este tipo de sistemas de reputación, los enlaces entre los usuarios definen el nivel de confianza entre ellos.

## **I.2. Objetivos**

A continuación se presentan los objetivos de este trabajo de investigación.

### **I.2.1. Objetivo general**

El objetivo general del presente trabajo fue diseñar un nuevo modelo de sistema de viaje compartido que resuelva el problema de emparejamiento estable e implemente un sistema de reputación global basado en la reputación de los usuarios dentro del sistema.

### **I.2.2. Objetivos específicos**

Los objetivos específicos fueron los siguientes:

- Diseñar el modelo de un sistema viaje compartido que considere los tipos de viaje idéntico, inclusivo, parcial y con desvío.
- Diseñar un nuevo mecanismo de asignación de usuarios de un servicio de viaje compartido que garantice un emparejamiento estable entre usuarios.
- Proponer un mecanismo para calcular la reputación de acuerdo al desempeño de cada usuario dentro de un sistema de viaje compartido.
- Realizar simulaciones experimentales del modelo propuesto y analizar formalmente los resultados.



### I.3. Preguntas de investigación

Las aportaciones al conocimiento y las preguntas de investigación planteadas al inicio de este trabajo fueron las siguientes:

1. ¿Qué elementos debe considerar un modelo de sistema de viaje compartido que resuelva el problema de emparejamiento estable?
2. ¿Qué características debe tener un algoritmo de emparejamiento que asegure un emparejamiento estable en sistema de viajes compartidos?
3. ¿Qué características debe tener un sistema de reputación que ayude al emparejamiento estable en sistemas de viaje compartido?

### I.4. Aportaciones

Las contribuciones principales de esta tesis son las siguientes:

- Se diseñó un modelo de sistema de viaje compartido que funciona para cuatro tipos de viaje: idéntico, inclusivo, parcial y con desvío (ver Capítulo III). El modelo considera la preferencia de los usuarios con base a dos aspectos fundamentales del servicio: el ahorro del viaje y la reputación de los usuarios (tanto pasajeros como conductores).
- Se diseñó un nuevo algoritmo de emparejamiento estable para servicios de viaje compartido. Este algoritmo consiste de una nueva versión iterada del algoritmo de Gale y Shapley (2013) con las siguientes diferencias: el número de elementos de los conjuntos (pasajeros y conductores) puede ser distinto y el emparejamiento no necesariamente es completo.

- Se diseñó un sistema de reputación que consiste de una versión modificada del algoritmo de Kamvar *et al.* (2003) para sistemas punto a punto. En la versión aquí propuesta, cada usuario, con base en su posición en una red social, evalúa un servicio con base en cuatro aspectos: puntualidad, cordialidad, satisfacción y confianza.
- Se implementó un prototipo en Python con iGraph y Google Maps, que simula diversos casos de entrada para el algoritmo propuesto. Se probó el modelo de sistema de viaje compartido con 300 grafos bipartitos completos aleatorios.
- Se verificó experimentalmente la convergencia del algoritmo propuesto para el emparejamiento estable a través del prototipo.
- Los resultados del algoritmo propuesto se presentaron en el IX Coloquio Internacional de Investigación para Estudiantes Universitarios (CIIEU) y en el I Coloquio Internacional de Investigación Universitaria (CIIU).

## I.5. Organización de la tesis

El resto del presente documento se organiza de la siguiente manera. El Capítulo II presenta el marco teórico de los sistemas de viaje compartido, introduciendo las definiciones básicas y la terminología que se utiliza a lo largo de este documento. El Capítulo III describe el modelo propuesto para sistemas de viaje compartido propuesto, considerando las preferencias con base en el ahorro y en el sistema de reputación. El Capítulo IV presenta el algoritmo propuesto para el emparejamiento estable en un sistema de viaje compartido. Además, muestra dos ejemplos de emparejamiento, uno basado en el algoritmo propuesto que garantiza un emparejamiento estable y otro con

base en el algoritmo de Munkres (1957) que garantiza un emparejamiento máximo. El Capítulo V describe la simulación experimental del algoritmo propuesto y el análisis de los resultados. Finalmente, el Capítulo VI presenta las conclusiones de esta investigación y el trabajo a futuro.

# Capítulo II

## Marco teórico

En este capítulo se explican los conceptos y definiciones básicas que enmarcan la presente investigación y que se derivan de las siguientes tres áreas: los sistemas de viaje compartido, el problema de emparejamiento y los sistemas de reputación.

### II.1. Sistemas de viaje compartido

Un sistema de viaje compartido es un modo de transporte donde dos o más usuarios comparten un mismo vehículo y dividen los gastos de viaje con base a rutas e itinerarios similares (Agatz *et al.*, 2012; Furuhata *et al.*, 2013). Este medio de transporte ofrece la comodidad y flexibilidad de los vehículos particulares, con un costo de viaje similar al de los servicios de transporte públicos (Chan y Shaheen, 2012).

#### II.1.1. Historia

Las primeras nociones que se tienen acerca del uso de un sistema de viaje compartido fue el ‘Car-Sharing Club’, dirigido por el gobierno de Estados Unidos como una política de regulación con el fin de conservar combustible durante la Segunda Guerra Mundial (Morris, 1942). Con esta política, el gobierno promovía clubes para que los ciudadanos se organizaran para compartir su vehículo cuando no existía otro medio de transporte disponible. Esta política de regulación prácticamente dejó de utilizarse después del fin de la segunda guerra mundial, al ya no existir interés por el gobierno

en seguir promoviéndolo. Luego, durante la década de los 70s, surgieron distintos modelos de viaje compartido como resultado de la crisis energética mundial generada principalmente por el embargo de la OPEP (Organización de Países Exportadores de Petróleo) a los países árabes. Los primeros programas de este tipo fueron establecidos por 3M y Chrysler, que proporcionaron furgonetas para los empleados que laboraban en el mismo lugar y coincidían con su lugar de trayecto (Kircher y Wapensky, 1978). Los empleados también comenzaron a fomentar el uso del viaje compartido, ya que se turnaban para conducir sus vehículos particulares para trasladarse a su lugar de trabajo. También, en ese entonces, se decretó el acto de emergencia energética en las autopistas de Estados Unidos, donde se establecía un límite máximo de velocidad de 88.5 kilómetros por hora y se fomentaba por primera vez que los estados norteamericanos utilizaran parte de sus fondos de transporte en proyectos de viaje compartido (Ghoseiri *et al.*, 2011). Esto generó incentivos tales como el uso del carril exclusivo para los autos que se movilizaban con cuatro o más pasajeros y subsidios a los estacionamientos. Así, y como consecuencia de los incrementos de los costos de combustible, el servicio de viaje compartido se fortaleció durante las siguientes décadas (Chan y Shaheen, 2012).

En Europa, los sistemas de viaje compartido se volvieron populares desde la década de los 70s, y se transformaron en algo más seguro y organizado para el inicio de los 90s. Los centros de organización de viaje compartido, conocidos como ‘Carpooling Centers’, empezaron a aparecer como una reacción entendible frente al incremento del transporte público (Kircher y Wapensky, 1978). Un usuario debía únicamente presentarse en una de las oficinas con su identificación personal y pagar un precio por reservar un puesto en el automóvil de alguien. Para poder ser financieramente viable, los Carpooling Centers cobraban una comisión del costo del viaje del 30 % al 50 % por su servicio (Dillet, 2015).

Respecto a América Latina, el uso formal de sistemas de viaje compartido es muy

reciente (Gómez Gómez *et al.*, 2017). De acuerdo a Lillo y Costantini (2016), Chile, Colombia, Brasil, México y Perú son los únicos países en los que operan servicios comerciales de este tipo.

Actualmente, las empresas dedicadas a los sistemas de viaje compartido han modernizado su servicio de tal manera que se vuelve sencillo y casi instantáneo obtener la ubicación de los usuarios y la programación de itinerarios con base en diversos factores (como costos, tiempo, y reputación de los usuarios, entre otros). La mayoría de estos sistemas incluyen el uso de dispositivos móviles como parte de su mecanismo y de los cuales han emergido diversos sistemas de viaje compartido populares tales como: BlaBlaCar<sup>1</sup>, CarpoolWorld<sup>2</sup>, Avego<sup>3</sup>, Carticipate<sup>4</sup>, entre otros. En (Furuhata *et al.*, 2013) se comparan las empresas principales en este giro a nivel internacional y se presenta un panorama actual de los sistemas de viaje compartido.

### II.1.2. Tipos de viajes compartidos

De acuerdo a Furuhata *et al.* (2013), existen los siguientes cuatro tipos de viajes compartidos entre dos o más usuarios:

1. *Idéntico*: tanto el origen y el destino del pasajero y conductor son idénticos.
2. *Inclusivo*: el origen y el destino del pasajero forma parte de la ruta del conductor.
3. *Parcial*: el origen o destino del pasajero forma parte de la ruta del conductor, pero no ambos a la vez.

---

<sup>1</sup><https://www.blablacar.mx>

<sup>2</sup><https://www.carpoolworld.com>

<sup>3</sup><https://www.avego.com>

<sup>4</sup><https://www.Carticipate.com>

4. *Con desvío*: ni el origen ni el destino del pasajero forman parte de la ruta del conductor. Por lo tanto, el conductor toma un desvío, abarcando ya sea el origen y/o destino de la ruta del pasajero.

Según Dailey *et al.* (1999), los sistemas de viaje compartidos puede ser: organizados y no organizados. Los viajes organizados son aquellos que se establecen a través de algún tipo de agencia de servicios, que ofrecen oportunidades de coincidencia para los participantes. Los viajes no organizados son aquellos donde los usuarios no requieren de intermediarios.

La mayoría de los sistemas de viaje compartido por Internet se basan en un modelo con características dinámicas relacionadas con el tipo de viaje y el tipo de demanda (Gruebele, 2008; Deakin *et al.*, 2010). De acuerdo a Agatz *et al.* (2012), las características de este modelo son las siguientes:

- *Dinámico*: el viaje compartido puede definirse en el momento o en un rango corto de tiempo.
- *Independiente*: los conductores que llevan a los pasajeros son entidades privadas independientes.
- *División de costos*: los costos se dividen entre los participantes del viaje en una forma que todos se beneficien.
- *Viajes no recurrentes*: los viajes compartidos dinámicos se enfocan en viajes únicos, donde no existe un compromiso por parte de los usuarios en repetir el viaje.
- *Emparejamiento automatizado*: el emparejamiento (matching) de los usuarios se

lleva a cabo de una forma automatizada y con base en una relación que puede estar cambiando con el tiempo.

De este último punto, un sistema de viaje compartido puede verse como un problema de optimización multiobjetivo en el que se busca minimizar la ruta de los usuarios a sus destinos, minimizar el tiempo de traslado de los usuarios y maximizar el número de participantes en el sistema (Furuhata *et al.*, 2013).

### **II.1.3. Coincidencia espacial y temporal**

Llevar a cabo un emparejamiento entre usuarios requiere un acuerdo entre todos los participantes con respecto a la programación de las distancias y los tiempos de partida y de llegada. El caso más simple es el viaje idéntico, donde los puntos de partida y de llegada satisfacen implícitamente las demandas para los usuarios, y en el que la coincidencia principal debe ser el tiempo. Sin embargo, en los otros tipos de viaje compartido (inclusivo, parcial o con desvío), se requiere de rutas y estimaciones de los tiempos de viaje que pueden ser difíciles de obtener y de coordinar (Agatz *et al.*, 2012). Además, esta situación se complica a medida que se intenta coordinar viajes con múltiples pasajeros.

Actualmente, los servicios comerciales de sistemas de viajes compartidos utilizan estrategias para consolidar diversas ofertas y demandas para la coordinación de viajes compartidos. El método de emparejamiento más común de un servicio de este tipo es organizar el flujo de la información, en particular el proceso de la inclusión y la búsqueda (Levofsky y Greenberg, 2001). Algunos servicios establecen rutas predefinidas para los viajes compartidos, y utilizan como puntos de partida y de llegada las calles principales de la ciudad, los lotes de estacionamiento y los centros de tránsito, con su



respectivos horarios (Chan y Shaheen, 2012; Ghoseiri *et al.*, 2011; Amey, 2011). Por otra parte, en los viajes compartidos dinámicos, el enfoque de emparejamiento de usuarios es ampliar las ventanas de tiempo mediante el seguimiento de la información de ubicación de los conductores de automóviles a través de GPS y tecnologías móviles. Este tipo de sistemas son capaces de notificar a los conductores de posibles usuarios para compartir el viaje, incluso después de haber iniciado un trayecto.

#### **II.1.4. Precios**

La definición de precios en los servicios de viajes compartidos, especifica la cantidad de dinero transferido entre las partes involucradas para cubrir los costos de la gasolina, peaje o estacionamiento. De acuerdo a Furuhata *et al.* (2013), se utilizan los siguientes tres tipos de reglas de precios:

- Precio de catálogo. Cuando los precios son de catálogo, los conductores o pasajeros especifican sus precios límite mediante el anuncio; por lo tanto, los propietarios de la lista (comúnmente una agencia que provee el servicio) determinan los pagos.
- Basado en normas de fijación de precios. En los precios basados en reglas, los pagos se determinan a través de una fórmula de cálculo de costos como una tarifa estándar predeterminada por las distancias y las ubicaciones del ascenso y descenso de los pasajeros.
- Basada en la negociación de precios. En los precios basados en negociación, ninguna agencia de servicios se involucra en la definición de los precios y éstos se negocian entre los usuarios directamente.

Los problemas para la definición de precios comúnmente se pueden estudiar bajo

el contexto de la teoría de juegos (Winter y Nittel, 2006). Bajo este contexto, una pregunta fundamental es cómo diseñar un mecanismo compatible a incentivos, de tal forma que tanto pasajeros como conductores se comporten de manera honesta en la oferta y demanda del servicio con base en un esquema de pagos de William (1961) (Kamar y Horvitz, 2009; Kleiner *et al.*, 2011). Esto considerando que los usuarios se comportan de una manera egoísta o racional bajo un enfoque no cooperativo. Por otro lado, en el enfoque cooperativo de la teoría de juegos, una pregunta fundamental es cómo diseñar un mecanismo de división de pagos que sea justo para los participantes (Frisk *et al.*, 2010; Winter y Nittel, 2006). Con este mecanismo, se busca que las utilidades de los usuarios sean lo más equitativas posibles, y que las mejores ofertas para cada usuario estén acorde a sus preferencias.

De acuerdo a Furuhata *et al.* (2013), el pago a los servicios de viaje compartido puede ser de dos formas:

- Pago directo: un pasajero realiza el pago directo a un conductor.
- Pago a través de terceros: el pago de un pasajero a un conductor se hace a través de un tercero, que puede ser un proveedor de servicios de compensación en línea (como Paypal, PayZa o Stripe, entre otros).

## II.2. Emparejamiento

Los sistemas de viaje compartido utilizan un algoritmo de emparejamiento para relacionar usuarios (pasajeros o conductores) entre sí con base en un conjunto de restricciones. Generalmente, estas restricciones incluyen la coincidencia entre rutas e itinerarios, pero pueden extenderse a otras consideraciones importantes para el

emparejamiento de usuarios (Agatz *et al.*, 2012).

Algunos de los factores más relevantes para el emparejamiento de usuarios se definen en (Kleiner *et al.*, 2011; Kamvar *et al.*, 2003; Huang *et al.*, 2014; Tian *et al.*, 2013). Kleiner *et al.* (2011) propone un sistema dinámico de viaje compartido (o DRS, por sus siglas en inglés) que se basa en el uso de subastas paralelas para el emparejamiento de usuarios. El DRS hace uso de las redes sociales, donde el conductor se registra generalmente indicando su origen y destino, y hace una oferta sobre el costo de su ruta. A partir de allí, se genera una lista de ofertas disponibles a los pasajeros. El pasajero, puede seleccionar al conductor que mejor se adecúe con base a su ruta y oferta. Una vez que un pasajero selecciona a un conductor, se lleva a cabo el viaje compartido. Al final del viaje, el sistema realiza automáticamente el pago y tanto pasajero como conductor califican el servicio (por ejemplo, un pasajero puede calificar a un conductor respecto al desempeño en la conducción, mientras que un conductor puede calificar a un pasajero respecto a la puntualidad). Similarmente, Kamar y Horvitz (2009) proponen un sistema que genera dinámicamente viajes compartidos y pagos justos utilizando un mecanismo de William (1961) como incentivo para los usuarios. Otras investigaciones recientes, proponen técnicas de emparejamiento que consideran trayectorias históricas (Manlove *et al.*, 2002) o estructuras de árboles kinéticos (Huang *et al.*, 2014; Tian *et al.*, 2013), pero muchas de estas suposiciones son imprácticas para demandas en tiempo real del servicio (Alarabi *et al.*, 2016).

Otros factores importantes a considerar para el problema de emparejamiento, están relacionados a las preferencias de los usuarios. Por ejemplo, Levin *et al.* (1977) estudia el caso de cuando ciertos usuarios no se sienten seguros en compartir un viaje con extraños. Otro ejemplo es el trabajo de Ghoseiri *et al.* (2011), que aborda el caso de la incomodidad de usuarios que fuman durante el viaje compartido.

Trabajos recientes, como el de Thaithatkul *et al.* (2017), abordan el problema de emparejamiento estable en los sistemas de viaje compartido. El problema de emparejamiento estable entre usuarios, representa una configuración del sistema donde ningún usuario prefiere a otro antes que el actual. Entre mayor la coincidencia entre usuarios preferentes, mayor la utilidad individual que se genera para cada uno de ellos. En el presente trabajo, se denota como ‘bienestar social’ a la suma de todas las utilidades individuales de los usuarios del sistema. Encontrar un emparejamiento estable de cardinalidad máxima es un problema NP-difícil (Manlove *et al.*, 2002). A la fecha, y hasta donde el presente autor conoce, no existe un método estándar en la literatura científica para el emparejamiento estable de usuarios en los sistemas de viaje compartido. La noción de estabilidad es un concepto central de la teoría de juegos (von Neumann *et al.*, 2007), área de la matemática aplicada que estudia la interacción estratégica entre usuarios en situaciones de conflicto y/o cooperación.

### II.3. Sistemas de reputación

En general, los problemas de emparejamiento relacionados a las preferencias de los usuarios en los modelos de servicios de viaje compartido, contemplan la inclusión de un sistema de reputación. Un *sistema de reputación* es un mecanismo que permite administrar y compartir información para la valoración de los usuarios que participan en el servicio de viaje compartido; y con ello, los usuarios puedan tomar decisiones para su interacción. En este contexto, cada usuario, pasajero o conductor, busca el intercambio de servicios con otros usuarios cuyas rutas e itinerarios sean las de mayor coincidencia, y que además le inspiren la ‘confianza’ suficiente para viajar juntos. El nivel de confianza que un usuario le otorga a otros respecto a la calidad del servicio e integridad personal,

muchas veces se basa en la ‘reputación’ de éstos (Pujol *et al.*, 2002). Esta reputación se puede dar de dos formas: 1) con base en su red social (reputación local); y 2) con base en la evaluación de un historial de servicios (reputación por retroalimentación).

La reputación local de un usuario representa su posición como miembro de una comunidad dentro de una red social. De acuerdo a Wasserman y Galaskiewicz (1994), una *red social* es una representación de las relaciones existentes dentro de una comunidad. Los criterios comunes para establecer los componentes de la red social son el parentesco, la amistad, el apoyo mutuo, la cooperación y la similitud. La red social generalmente se modela como un grafo dirigido, donde el conjunto de vértices representa el conjunto de usuarios de la comunidad y el conjunto de aristas las relaciones entre cada par de usuarios (Pujol *et al.*, 2002).

Por otra parte, los mecanismos de reputación basados en la retroalimentación de conductor a pasajero y viceversa, se obtiene después de una interacción entre estos usuarios. Mediante la combinación de estas calificaciones se puede calcular un valor numérico para la reputación de cada usuario que usualmente se basa en la evaluación de un historial de servicios (Furuhata *et al.*, 2013). Mientras que una experiencia directa es la base más fiable de información, para algunos proveedores de servicios de intermediación generalmente las experiencias directas de los usuarios de acuerdo con una implementación de una red a gran escala son escasas (Dellarocas *et al.*, 2006; Jøsang *et al.*, 2007). Por ejemplo, Resnick y Zeckhauser (2002) proponen un mecanismo de retroalimentación que es compatible con los compradores para construir confianza a vendedores desconocidos y que fomenta un comportamiento honesto. Generalmente, los sistemas de reputación utilizan un informe de retroalimentación que se llena por los usuarios que reciben o proveen de un servicio. La retroalimentación se comparte entre los miembros de la comunidad con el fin de proporcionar una oportunidad para evaluar

si éstos individuos son dignos de confianza para el intercambio de servicios en el futuro.

En el presente trabajo, la reputación de cada usuario se calcula mediante la combinación de los mecanismos de reputación local y por retroalimentación a través del algoritmo EigenTrust de Kamvar *et al.* (2003), el cual se explica en la Sección III.2.

## Capítulo III

# Modelo propuesto del sistema de viaje compartido

Una red de caminos se modela a través de un multigrafo dirigido  $G = (V, A)$ , donde el conjunto de vértices  $V$  representa las intersecciones en la red y el conjunto de aristas  $A$  los segmentos de caminos. Sea  $u$  un conjunto de *usuarios* que viajan juntos a través de una ruta en  $G$ . La *ruta* de  $u$ , desde el origen  $v_0$  hasta el destino  $v_k$ , es una secuencia  $R_u = v_0 a_1 v_1 a_2 \cdots a_k v_k$ , donde  $\{v_0, v_1, \dots, v_k\} \in V$ ,  $\{a_1, a_2, \dots, a_k\} \in A$ , y cada  $a_i$  conecta  $v_{i-1}$  con  $v_i$ ,  $\forall i \in [1, k]$ . Se dice que una ruta  $R'_u = v'_0 a'_1 v'_1 a'_2 \cdots a'_j v'_j$  es una *subruta propia* de  $R_u = v_0 a_1 v_1 a_2 \cdots a_k v_k$  sí y sólo sí  $j < k$  y  $v'_0 = v_i, a'_1 = a_{i+1}, v'_1 = v_{i+1}, \dots, a'_j = a_{i+j}, v'_j = v_{i+j}$ . Adicionalmente, se define una función de pesos  $w : A \rightarrow \mathbb{R}^+$ , que denota la *longitud* de cada segmento de camino en  $G$ . La *longitud total* de  $R_u$  se calcula a través de la función  $\check{w}(R_u) = \sum_{i=1}^k w(a_i)$ ,  $\forall a_i$  incluido en  $R_u$ .

Se definen dos tipos de conjuntos de usuarios, los que viajan en automóvil y los que no. Sea  $u_i$  un conjunto de usuarios sin automóvil que viajan juntos en la ruta  $R_{u_i}$  y que solicitan un servicio de viaje compartido. Sea  $u_j$  un conjunto de usuarios que viajan juntos en un automóvil con  $\sigma_{u_j}$  asientos a través de la ruta  $R_{u_j}$ , y que ofertan en el sistema de viaje compartido  $\sigma_{u_j} - |u_j|$  lugares disponibles en el vehículo. Ambos conjuntos de usuarios,  $u_i$  y  $u_j$ , pueden compartir su viaje estableciendo una ruta conjunta  $R_{u_{ij}}$  de la siguiente manera:

1. Viaje compartido *idéntico*:  $R_{u_i}$  y  $R_{u_j}$  son iguales, por lo que  $R_{u_{ij}}$  también.
2. Viaje compartido *inclusivo*:  $R_{u_i}$  es una subruta propia de  $R_{u_j}$  (o viceversa). En

este caso,  $R_{u_{ij}}$  es igual a dicha subruta.

3. Viaje compartido *parcial*:  $R_{u_{ij}}$  es la subruta propia más larga que es común entre  $R_{u_i}$  y  $R_{u_j}$  cuando  $R_{u_i} \neq R_{u_j}$ .
4. Viaje compartido *con desvío*: No existe una subruta propia común entre  $R_{u_i}$  y  $R_{u_j}$ , pero tanto  $u_i$  como  $u_j$  acuerdan una nueva ruta  $R_{u_{ij}}$ .

La Figura 1 ilustra los tipos de viaje compartido.

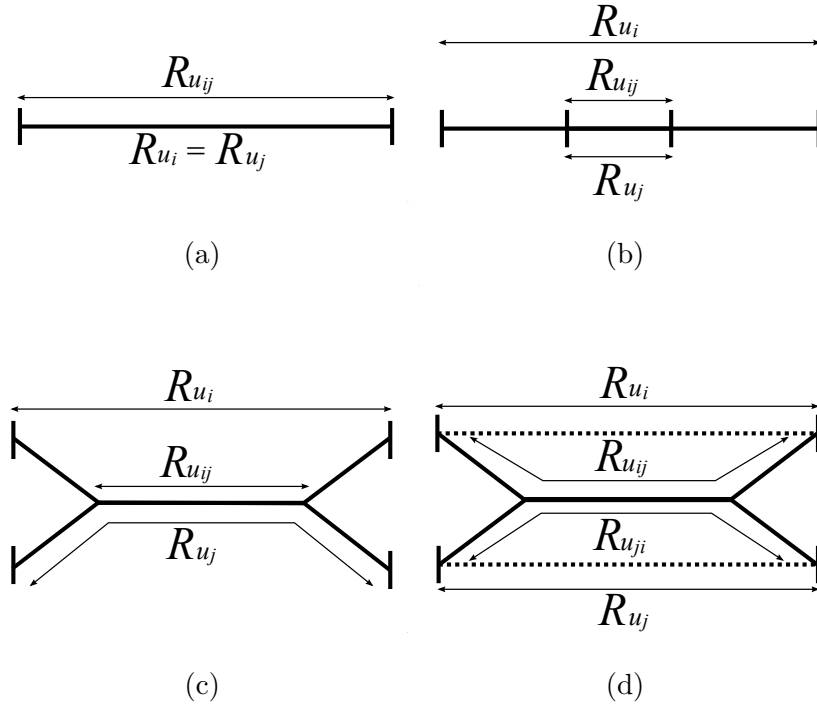


Figura 1. Tipos de viaje compartido; a) idéntico; b) inclusivo; c) parcial; y d) con desvío.

Es importante observar que los tipos de viaje compartido parcial y con desvío, aquí propuestos, difieren de los descritos originalmente por Furuhata *et al.* (2013) (ver Sección II.1.2). En la versión original del tipo de viaje compartido parcial, ya sea el



punto de partida o de destino forman parte de la ruta del conductor, pero no ambos al mismo tiempo; mientras que en la presente propuesta, puede ser que ninguno de estos puntos coincidan entre los usuarios. Por otro lado, en la versión original del tipo de viaje con desvío, el único que se desvía es el conductor; mientras que en la presente propuesta, puede generarse una nueva ruta para ambos.

Sea  $\pi_{u_i \rightarrow u_j}$  la *utilidad* de  $u_i$  al compartir su viaje con  $u_j$ . En (1) se modela esta utilidad con base en dos aspectos fundamentales del servicio de viaje compartido: 1) el *ahorro* en costos del viaje de  $u_i$  al compartir su viaje con  $u_j$ , que se obtiene mediante la función  $s(R_{u_i}, R_{u_{ij}})$ ; y 2) la *reputación global* de  $u_j$ , que se calcula a través de la función  $r(u_j) \in [0, 1]$ . Para definir el nivel de importancia de ambos aspectos del servicio, se utiliza un valor constante  $\epsilon > 0$ .

$$\pi_{u_i \rightarrow u_j} = s(R_{u_i}, R_{u_{ij}}) \cdot (r(u_j) + \epsilon). \quad (1)$$

Note que  $\pi_{u_i \rightarrow u_j}$  no necesariamente es igual a  $\pi_{u_j \rightarrow u_i}$ .

### III.1. Ahorro

El *costo* del viaje compartido entre  $u_i$  y  $u_j$  depende de las características espaciales y temporales del viaje. Considere un conjunto de usuarios  $u$  (del tipo  $u_i$  o  $u_j$ , indistintamente) que viajan juntos a través de la ruta  $R_u$ . El *costo de traslado* de  $u$  al viajar por  $R_u$  se expresa en (2), donde  $x$  denota el precio unitario del combustible,  $y$  el rendimiento del automóvil (medido en kilómetros por litro o millas por galón), y  $z$  el pago de servicios tales como peaje, tarifas de estacionamiento, y/o transporte público. Note que si  $u$  no cuenta con algún vehículo en particular (i.e., es del tipo  $u_i$ ), el costo de traslado únicamente depende de  $z$ .

$$c(R_u) = \check{w}(R_u) \cdot x/y + z. \quad (2)$$

Por otro lado, sea  $t_{u \rightarrow R_u}^n$  el *instante de tiempo* en el que  $u$  estima cruzar por la  $n$ -ésima intersección de  $R_u$ , para  $n \in [0, k]$ .

Así  $u_i$  (o  $u_j$ ) define una *holgura temporal* donde especifica un intervalo de tiempo  $\eta_{u_i \rightarrow R_{u_{ij}}}$  que  $u_i$  (o  $u_j$ ) este dispuesto a esperar o llegar mas temprano al origen de  $R_{u_{ij}}$ .

Con base en (2) y el tiempo, el *ahorro* generado por  $u_i$  al compartir su viaje con  $u_j$  a través de  $R_{u_{ij}}$ , se calcula de la siguiente manera:

$$s(R_{u_i} R_{u_{ij}}) = \frac{c_{u_i}(R_{u_{ij}})}{|u_i|} - \frac{c_{u_i}(R_{u_{ij}})}{|u_i| + |u_j|} + \alpha(\eta_{u_i \rightarrow R_{u_{ij}}} - |t_{u_i \rightarrow R_{u_{ij}}}^0 - t_{u_j \rightarrow R_{u_{ij}}}^0|) \quad (3)$$

Los dos primeros términos de la expresión, respectivamente, representan el ahorro en costos de traslado de  $u_i$  al viajar por  $R_{u_{ij}}$  en vez de  $R_{u_i}$ . Respecto al tiempo,  $t_{p \rightarrow R_{pd}}^{v_0} - t_{d \rightarrow R_{pd}}^{v_0}$  representa la diferencia en los instantes de tiempo de partida de ambos conjuntos de usuarios a través de  $R_{u_{ij}}$ , la cual debe ser menor que la holgura temporal de  $u_i$ , i.e.,  $t_{u_i \rightarrow R_{u_{ij}}}^0 - t_{u_j \rightarrow R_{u_{ij}}}^0 \leq \eta_{u_i \rightarrow R_{u_{ij}}}$ , así el valor positivo obtenido denota el ahorro en tiempos. Por otro lado, el coeficiente  $\alpha$  sopesa la importancia del usuario en referencia al tiempo y permite la comparación entre diferentes magnitudes.

Note que (3) solamente aplica para los tipos de viaje idéntico, inclusivo y parcial. Para el tipo de viaje con desvío, se representa la diferencia en los tiempos de traslado de  $u_i$  al viajar por  $R_{u_{ij}}$  en vez de  $R_{u_i}$ , incluyendo su holgura temporal; i.e.,  $(t(R_{u_i}) + \eta_{u_i \rightarrow R_{u_{ij}}}) - (t(R_{u_{ij}}))$ . Así, para un viaje con desvío, el *ahorro* se calcula conforme lo descrito en (4).

$$s(R_{u_i} R_{u_{ij}}) = \frac{c_{u_i}(R_{u_{ij}})}{|u_i|} - \frac{c_{u_i}(R_{u_{ij}})}{|u_i| + |u_j|} + \alpha[(t(R_{u_i}) + \eta_{u_i \rightarrow R_{u_{ij}}}) - (t(R_{u_{ij}}))] \quad (4)$$

## III.2. Sistema de reputación

El presente trabajo utiliza una versión del algoritmo EigenTrust de Kamvar *et al.* (2003) para la obtención, administración y asignación de una reputación a cada  $u_i$  del sistema de viaje compartido. Este algoritmo utiliza la noción ‘confianza transitiva’, donde el valor de confianza de cada usuario se genera a partir de la opinión auténtica de aquellos con los que haya interactuado directamente. Todos los usuarios participan en el cálculo de los valores de confianza en una forma distribuida en sistemas punto a punto, por lo que es fácilmente escalable y eficiente en términos de complejidad computacional (Chiluka *et al.*, 2012; Rao *et al.*, 2010). El algoritmo EigenTrust genera como salida un valor global de confianza, o reputación global, para cada usuario del sistema; esto a través del eigenvector principal izquierdo de una matriz de valores locales normalizados, considerando el historial de evaluaciones de cada usuario (Kamvar *et al.*, 2003).

Suponga un conjunto  $U = \{u_1, \dots, u_n\}$  en el que cada elemento representa uno o más usuarios que viajan juntos a través de una misma ruta. (Note que los tipos de conjuntos de usuarios  $u_i, u_j \in U$ .) Con el algoritmo EigenTrust,  $u_i$  evalúa cada transacción o servicio recibido por  $u_j$ . Sea  $Y_{u_i \rightarrow u_j}$  el conjunto de servicios que  $u_i$  ha recibido de  $u_j$ , entonces la *reputación local* de  $u_j$  consiste de la agregación de los resultados de evaluación realizados por  $u_i$ . En (5) se define la reputación local de  $u_j$  a partir de  $u_i$ .

$$m_{u_i}(u_j) = \sum_{y_{u_i \rightarrow u_j} \in Y_{u_i \rightarrow u_j}} \Upsilon_{u_i}(y_{u_i \rightarrow u_j}), \quad (5)$$

donde  $\Upsilon_{u_i}$  es una función que evalúa la transacción o el servicio provisto por  $u_j$  con base en las siguientes métricas:

- Puntualidad. Se califica con un valor de +1 si  $u_j$  llega a tiempo y el servicio inicia puntual; de lo contrario, la calificación es  $-1$ .
- Cordialidad. Califica con un valor de +1 si  $u_j$  fue amable y respetuoso en todo momento y con un valor de  $-1$  si no.
- Satisfacción. Define un valor de +1 si el servicio provisto por  $u_j$  cumplió con las expectativas del viaje y de  $-1$  si no.
- Confianza. Devuelve un valor de +1 si  $u_i$  considera a  $u_j$  una persona ‘confiable’; de lo contrario, regresa  $-1$ .

La reputación que  $u_i$  define localmente a  $u_j$ , denotada como  $m_{u_i}(u_j)$ , se puede normalizar a través de los valores de reputaciones que  $u_i$  ha definido localmente a todos los usuarios que ha calificado. Mediante esta normalización, todos los valores de reputación local que  $u_i$  ha definido suman 1. Con ello, se busca evitar que se puedan asignar valores arbitrarios a usuarios ‘maliciosos’ y que los usuarios con un mayor número de servicios predominen sobre otros. En (6) se presenta una versión normalizada de  $m_{u_i}(u_j)$  cuando  $\sum_j \max(m_{u_i}(u_j), 0) \neq 0$ . Si  $u_i$  no conoce a nadie o no confía en nadie, entonces  $\hat{m}_{u_i}(u_j) = 1/(n - 1)$  para  $u_i \neq u_j$ .

$$\hat{m}_{u_i}(u_j) = \frac{\max(m_{u_i}(u_j), 0)}{\sum_j \max(m_{u_i}(u_j), 0)} \quad (6)$$

Note que en (6), las calificaciones negativas se truncan a 0. Esto previene el ‘egoísmo’ de algunos usuarios de asignar valores arbitrariamente bajos a buenos usuarios. Además, evita la *limpieza* (whitewashing) en la calificación baja de malos usuarios, ya que no existe una distinción entre esos malos usuarios y los usuarios que nunca han provisto

de un servicio a  $u_i$ . Finalmente, los nuevos usuarios estarían motivados desde un inicio a contribuir al sistema para obtener un valor mínimo de reputación distinto de cero.

Para calcular una reputación global en el sistema, los valores de reputación local se diseminan y se agregan con base en un esquema de *reputación transitiva*. Bajo este esquema,  $u_i$  puede obtener una aproximación de reputación  $\hat{r}_{u_i}^0(u_k)$  de cualquier  $u_k$  desconocido. Para ello,  $u_i$  solicita a cada  $u_j$ , con quienes  $u_k$  ha interactuado, la reputación local de  $u_k$ ; i.e.  $\hat{m}_{u_j}(u_k)$ . Así, la confianza que  $u_i$  deposita en  $u_k$  con base en las opiniones de sus conocidos se expresa en (7).

$$\hat{r}_{u_i}^0(u_k) = \sum_j \hat{m}_{u_i}(u_j) \cdot \hat{m}_{u_j}(u_k). \quad (7)$$

Sea  $M$  una matriz  $[\hat{m}_{u_i}(u_j)]$  de  $n \times n$ , y sea  $\vec{m}_{u_i} = [\hat{m}_{u_i}(u_1), \dots, \hat{m}_{u_i}(u_n)]^T$  el vector de confianza de  $u_i$  respecto a cada usuario. Entonces,  $\vec{r}_{u_i}^0 = M^T \vec{m}_{u_i} = [\hat{r}_{u_i}^0(u_1), \dots, \hat{r}_{u_i}^0(u_n)]^T$  que refleja los valores de confianza de  $u_i$  con base en la opinión de sus conocidos. Asimismo,  $u_i$  puede consultar la opinión de los conocidos de sus conocidos calculando  $\vec{r}_{u_i}^1 = (M^T)^2 \vec{m}_{u_i}$ . Después de  $\beta$  iteraciones, y para una  $\beta$  grande,  $\vec{r}_{u_i}^{n-1} = (M^T)^\beta \vec{m}_{u_i}$  representa una opinión generalizada respecto a cada usuario del sistema. Bajo las suposiciones que  $M$  es irreducible y no periódico Kamvar *et al.* (2003), los vectores de confianza de cada  $u_i$  del sistema convergen a un solo vector  $\vec{r} = [r(u_1), \dots, r(u_n)]$  que representa el eigenvector principal izquierdo de  $M$ . Con el objetivo de simplificar la notación del presente documento, se hace referencia a la reputación global de cualquier usuario  $u_i$  como  $r(u_i)$ .

### III.2.1. Ejemplo del sistema de reputación

Suponga una serie de transacciones o servicios entre un conjunto de usuarios  $u = \{u^1, u^2, u^3, u^4\}$ , cuyos valores de reputación  $m_{u_i}(u_j), \forall u_i, u_j \in u$  se presentan en la Tabla I.

Tabla I. Valores de reputación local.

	$u^1$	$u^2$	$u^3$	$u^4$
$u^1$	0	8	8	0
$u^2$	18	0	2	0
$u^3$	-10	12	0	0
$u^4$	0	0	0	0

Note que  $u^4$  no conoce a nadie, por lo que la reputación que él define al resto de los usuarios se distribuye uniformemente. Sea  $M = [\hat{m}_{u_i}(u_j)]$ , entonces  $M$  contiene los valores presentados en (8).

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 5/7 & 0 & 2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Dado que los vectores de confianza de cada  $u_i$  del sistema convergen a un solo vector para una  $\beta$  lo suficientemente grande (recomendablemente, el número de renglones de la matriz elevado a la tercera potencia), entonces se define el vector  $\vec{m}_{u_i} = [1/4, 1/4, 1/4, 1/4]^T$ . Así, en (9) se calcula la reputación global de cada  $u^i$  del sistema.

$$r_{u^i}^{\vec{n}} = M^T m_{u^i} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 5/7 & 0 & 2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}^{\beta} \times \begin{bmatrix} 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3030 \\ 0.4242 \\ 0.2727 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

## Capítulo IV

# Emparejamiento estable

En este capítulo se propone un algoritmo para resolver el problema de emparejamiento estable en sistemas de viaje compartido. Este algoritmo es una versión ‘iterada’ del algoritmo de Gale y Shapley (2013), pero que funciona acorde al modelo descrito en el Capítulo III, relajando las restricciones del algoritmo original respecto a la igualdad de los conjuntos a emparejar y a que las listas de preferencias sean completas y estrictas. A continuación se describe el algoritmo de Gale y Shapley (2013).

### IV.1. Algoritmo de Gale y Shapley

El algoritmo de Gale y Shapley (2013) resuelve el ‘problema del matrimonio estable’. Dicho problema consiste en encontrar un emparejamiento estable entre dos conjuntos de elementos de igual tamaño, dado un orden de preferencia para cada elemento. El problema del matrimonio estable se ha establecido de la siguiente manera: Dado  $n$  hombres y  $n$  mujeres, donde cada persona clasificó a todos los miembros del sexo opuesto en orden de preferencia, emparejar a los hombres y mujeres juntos de modo que no haya dos personas de sexo opuesto que se prefieran mutuamente más que sus parejas actuales. Cuando no hay tales pares de personas, el conjunto de matrimonios se considera estable.

En 1962, David Gale y Lloyd Shapley demostraron que, para un número igual de hombres y mujeres, siempre es posible resolver el problema del matrimonio estable y hacer que todos los matrimonios sean estables. Su algoritmo implica una serie de ‘rondas’:



1. En la primera ronda, primero cada hombre no comprometido le propone a la mujer que más prefiere, y luego cada mujer responde ‘tal vez’ a su pretendiente que ella prefiere y ‘no’ a todos los otros pretendientes. Luego, está provisionalmente ‘comprometida’ con el pretendiente que ella prefiere hasta ahora, y ese pretendiente también está comprometido provisionalmente con ella.
2. En cada ronda subsiguiente, primero cada hombre no comprometido propone a la mujer que más prefiere que a la que todavía no ha propuesto (independientemente de si la mujer ya está comprometida), y luego cada mujer responde ‘tal vez’ si ella está actualmente no comprometida o si prefiere a este hombre más que a su actual pareja provisional (en este caso, ella rechaza a su actual compañero provisional que no se compromete). La naturaleza provisional de los compromisos conserva el derecho de una mujer ya comprometida a ‘intercambiar’ (y, en el proceso, a ‘ignorar’ a su compañero hasta entonces).

Este proceso se repite hasta que todos estén comprometidos. La complejidad del tiempo de ejecución de este algoritmo es  $O(n^2)$  rondas, donde  $n$  es el número de hombres o mujeres. Este algoritmo garantiza que:

- Todos se casan. Al final, no puede haber un hombre y una mujer sin comprometerse, como él debe haberle propuesto en algún momento (ya que un hombre eventualmente propondrá a todos, si es necesario) y, como se le propone, necesariamente estaría comprometida (a alguien) a partir de entonces.
- Los matrimonios sean estables. Al completar el algoritmo, no es posible que tanto un par de usuarios se prefieran entre sí antes que sus respectivas parejas actuales.

Los sistemas de viaje compartido actuales utilizan un algoritmo de emparejamiento

para relacionar usuarios (pasajeros o conductores) entre sí con base en un conjunto de restricciones. Generalmente, estas restricciones se relacionan con las preferencias de los usuarios y las interacciones entre ellos.

## IV.2. Algoritmo propuesto

En el contexto de los sistemas de viaje compartido, existen conjuntos de usuarios que viajan juntos a través de una misma ruta. Existen dos tipos de conjuntos de usuarios: los que no tienen automóvil y solicitan un servicio de viaje, y los que van en automóvil y ofertan un servicio de viaje; denotados como  $u_j$  y  $u_i$ , respectivamente (ver Capítulo III). El tipo de conjunto de usuarios  $u_j$ , en su oferta de viaje, anuncia  $\sigma_{u_j}$  lugares disponibles en su vehículo.

Sea  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  el conjunto total de usuarios del sistema de viaje compartido que contiene  $n = n_i + n_j$  elementos del tipo  $u_i$  y  $u_j$ , respectivamente. El problema de emparejamiento estable toma como entrada un grafo bipartito ponderado completo  $B = (U, E)$ , donde el conjunto de aristas  $E$  representa todos los emparejamientos posibles entre usuarios. Cada  $e_{ij} \in E$ , tiene un valor de ponderación  $\pi_{u_i \rightarrow u_j}$  que representa la preferencia de  $u_i$  respecto a  $u_j$ .

El algoritmo propuesto se basa en la noción de ‘emparejamiento por iteración’. Sea  $B_0 = (U_0, E_0)$  el grafo bipartito original de entrada. El emparejamiento en la  $k$ -ésima iteración consiste en seleccionar un conjunto  $M_k \subset E_{k-1}$ , para  $k > 0$ , tal que ningún par de aristas tenga un vértice en común en  $E_{k-1}$ . Dado que el emparejamiento en este contexto significa la asignación de un conjunto de usuarios del tipo  $u_i$  a otro del tipo  $u_j$ , entonces se puede visualizar a  $u_j$  como un ‘supervértice’ que alberga a cada  $u_i$  con el que haya emparejado. (En este punto, es importante observar que no todos los elementos

de  $U$  son emparejados, dado que  $n_i$  puede ser distinto de  $n_j$ .) Así, por cada iteración, se genera un subgrafo  $B_k \subset B_{k-1}$  tal que  $U_k$  contiene los supervértices del emparejamiento y los vértices no emparejados de  $U_{k-1}$  (i.e., se omiten los vértices emparejados que no son supervértices), y  $E_k$  contiene las aristas de  $E_{k-1}$  correspondientes a los vertices de  $U_k$ . Al término de cada iteración, la disponibilidad de lugares  $\sigma_{u_j}$  en el automóvil de cada conjunto de usuario del tipo  $u_j$  emparejado disminuye de acuerdo a la cantidad de solicitantes  $u_i$ . El emparejamiento por iteración termina cuando no existen lugares disponibles por parte de los  $u_j$ , o cuando no existen más  $u_i$  solicitantes. Finalmente, para garantizar el emparejamiento estable, se utiliza el algoritmo de Gale y Shapley (2013) en cada iteración.

El Pseudo-código 1 presenta un bosquejo del algoritmo propuesto para el emparejamiento estable en sistemas de viaje compartido.

---

**Pseudo-código 1** Algoritmo propuesto para el emparejamiento estable.

---

**Entrada:** Un grafo bipartito  $B_0 = (U_0 = (X, Y), E)$  tal que  $U_0 = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ ,  $E_0 = \{e_{11}, e_{12}, e_{21}, \dots, e_{ij}, \dots\}$ , y  $\pi_{u_i \rightarrow u_j} : e_{ij} \rightarrow \mathbb{R}$ .

**Salida:** La asignación de los elementos de  $X$  a  $Y$  a través de una secuencia de emparejamientos estables por iteración.

- 1:  $k \leftarrow 1$
  - 2: **while**  $\exists \sigma_{u_j} > 0$  ó  $\exists u_i \in X$ , para todo  $u_i, u_j \in U_{k-1}$  **do**
  - 3: Ejecuta el algoritmo de Gale y Shapley (2013) y obtiene un emparejamiento estable  $M_k$  como resultado.
  - 4: Para cada par de vértices  $u_i$  y  $u_j$  con una arista incidente en  $M_k$ , fusiona  $u_i \in X$  dentro  $u_j \in Y$  y convierte a  $u_j$  en un supervértice.
  - 5: Para cada supervértice  $u_j \in Y$  del paso anterior y su correspondiente  $u_i$ ,  $\sigma_{u_j} \leftarrow \sigma_{u_j} - |u_i|$ .
  - 6: Genera  $B_k = (U_k, E_k)$  tal que  $U_k$  contiene los supervértices del emparejamiento y los vértices no emparejados de  $U_{k-1}$ , y  $E_k$  contiene las aristas de  $E_{k-1}$  correspondientes a los vertices de  $U_k$ .
  - 7:  $k \leftarrow k + 1$
  - 8: **end while**
  - 9: **return** la secuencia de emparejamientos estables por iteración  $M_1, M_2, \dots, M_k$ .
- 

Sea  $\pi_{M_k}$  la suma de las utilidades que cada conjunto de usuarios perteneciente a  $U$

obtiene como resultado del emparejamiento en la  $k$ -ésima iteración. Esto es,

$$\pi_{M_k} = \sum_{\forall (u_i, u_j) \in M_k} (\pi_{u_i \rightarrow u_j} + \pi_{u_j \rightarrow u_i}). \quad (10)$$

En el presente trabajo, se define el *bienestar social* del sistema de viaje compartido como la suma de las utilidades individuales de la secuencia final de emparejamientos. Sea  $K$  el total de iteraciones de emparejamientos de  $B = (U, E)$ , se define una función de bienestar social  $SW$  descrita en (11).

$$SW(B) = \sum_{k=1}^K \pi_{M_k}. \quad (11)$$

Un problema interesante de optimización sería maximizar (11). Como un primer intento, y fuera de los alcances de la presente investigación, se utilizó el algoritmo de Munkres (1957) en vez del algoritmo de Gale y Shapley (2013) (en el Paso 3 del Pseudo-código 1) para tratar de maximizar el bienestar social y comparar el desempeño de este último, respectivamente. En las siguientes subsecciones, se ilustra el algoritmo propuesto utilizando ambos enfoques.

### IV.2.1. Ejemplo de emparejamiento estable

Suponga seis usuarios sin vehículo, del tipo  $u_i$ , que viajan por rutas distintas y que solicitan un servicio al sistema de viaje compartido. Suponga además, que en el sistema se ofertan lugares disponibles en tres vehículos, en el que viajan usuarios del tipo  $u_j$ . La relación entre ambos tipos de usuarios se puede modelar a través de un grafo bipartito completo ponderado, como el que muestra la Figura 2. En esta figura, por simplicidad de la explicación, cada arista tiene doble peso de acuerdo a su dirección ( $e_{ij}$  y  $e_{ji}$ ). También, con el fin de facilitar la ilustración, observe un cambio en la notación tal que

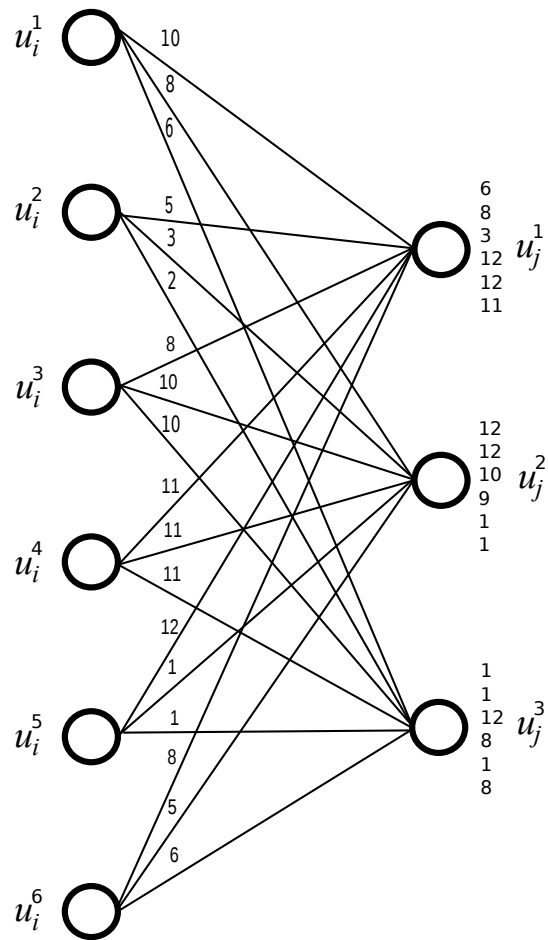


Figura 2. Grafo bipartito completo ponderado como entrada del algoritmo.

$u_j^k$  representa el  $k$ -ésimo elemento del tipo  $u_j$ , y de forma similar se aplica para  $u_i$ . A partir de este grafo, se obtiene una matriz de preferencias tal como se muestra en la Tabla II. En cada celda de la tabla, el elemento de la izquierda denota la preferencia de cada usuario del tipo  $u_i$  con respecto a  $u_j$ , mientras que el elemento de la derecha denota la preferencia de cada usuario del tipo  $u_j$  con respecto a  $u_i$ .

Durante el Paso 3 del Pseudo-código 1, utilizando el algoritmo de Gale y Shapley (2013), cada usuario de tipo  $u_i$  elige a un  $k$ -ésimo prospecto  $u_j^k$  de mayor interés, y se le es asignado sí y sólo sí  $u_j^k$  lo acepta; de lo contrario, el usuario de tipo  $u_i$  selecciona a otro prospecto de su lista de interés.

Tabla II. Matriz de preferencias.

	$u_j^1$	$u_j^2$	$u_j^3$
$u_i^1$	10, 6	8, 12	6, 1
$u_i^2$	5, 8	3, 12	2, 1
$u_i^3$	8, 3	10, 10	10, 12
$u_i^4$	11, 12	11, 9	11, 8
$u_i^5$	12, 12	1, 1	1, 1
$u_i^6$	8, 11	5, 1	6, 8

Por otro lado, cada usuario  $u_j^k$  reporta al sistema de viaje compartido el número de asientos disponibles en su vehículo, denotado como  $\sigma_{u_j^k}$ . Para este ejemplo, se tiene que:

$$\sigma_{u_j^1} = 1$$

$$\sigma_{u_j^2} = 3$$

$$\sigma_{u_j^3} = 1$$

Tabla III. Emparejamiento de la primera iteración.

	$u_j^1$	$u_j^2$	$u_j^3$
$u_j^1$	10, 6	8, 12	6, 1
$u_j^2$	5, 8	3, 12	2, 1
$u_j^3$	0, 3	10, 10	10, 12
$u_j^4$	11, 12	11, 9	11, 8
$u_j^5$	12, 12	1, 1	1, 1
$u_j^6$	8, 11	5, 1	6, 8

La Tabla III presenta el emparejamiento de la primera iteración, donde los recuadros gris oscuro denotan propuestas aceptadas y los recuadros gris claro denotan las propuestas rechazadas. De acuerdo a cada emparejamiento (denotado a través del operador  $\Rightarrow$ ), la disponibilidad de asientos queda de la siguiente manera:

$$u_j^3 \Rightarrow u_i^3 \text{ y } \sigma_{u_j^3} = 0$$

$$u_j^1 \Rightarrow u_i^5 \text{ y } \sigma_{u_j^1} = 0$$

$$u_j^2 \Rightarrow u_i^2 \text{ y } \sigma_{u_j^2} = 2$$

Después del primer emparejamiento, cada usuario del tipo  $u_i$  emparejado se fusiona dentro de  $u_j$  asignado (Paso 4 del Pseudo-código 1). Así, con esta fusión, se puede ver a cada  $u_j$  emparejado como un supervértice. Para la siguiente iteración, las relaciones entre usuarios quedan como se muestra en la Figura 3.

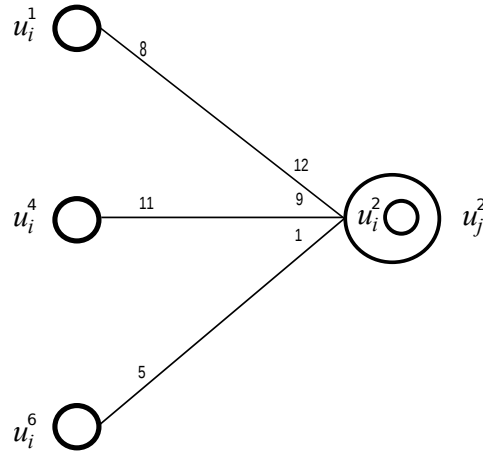


Figura 3. Grafo obtenido primera iteración.

Posteriormente, cada usuario del tipo  $u_i$  restante propone al único  $u_j^k$  en prospecto, tal como se muestra en Tabla V.

Después de la segunda iteración, el emparejamiento y la disponibilidad de asientos quedan de la siguiente manera:

$$u_j^2 \Rightarrow u_i^1 \text{ y } \sigma_{u_j^2} = 1$$

Tabla IV. Emparejamiento de la segunda iteración.

	$u_j^2$
$u_i^1$	8, 12
$u_i^4$	11, 9
$u_i^6$	5, 1

El grafo resultante para la siguiente iteración se muestra en la Figura 4.

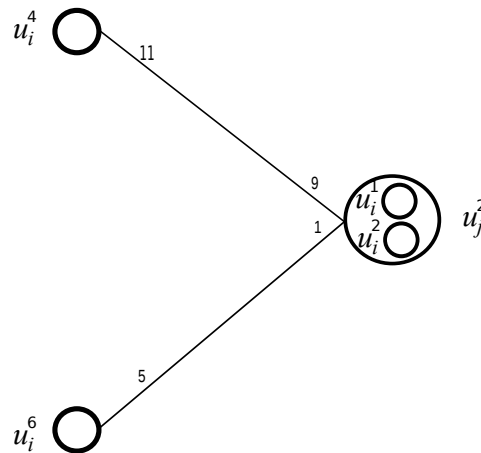


Figura 4. Grafo obtenido después de la segunda iteración.

La selección para la tercera iteración se muestra en Tabla V.

Tabla V. Emparejamiento de la tercera iteración.

	$u_j^2$
$u_i^4$	11, 9
$u_i^6$	5, 1

Finalmente, después de la tercera iteración, el emparejamiento final y la disponibi-



lidad quedan de la siguiente manera:

$$u_j^2 \Rightarrow u_i^4 \text{ y } \sigma_{u_j^2} = 0$$

Dado que ya no hay disponibilidad de lugares por ofertar, el proceso de emparejamiento finaliza aunque no todos los pasajeros hayan sido atendidos. En este caso, el pasajero no atendido fue  $u_j^6$ . La Figura 5 muestra la secuencia de emparejamientos estables de todas la iteraciones con un valor de bienestar social de 101. Observe que, para este caso en particular, el valor de bienestar social es el máximo posible, por lo que el emparejamiento es óptimo.

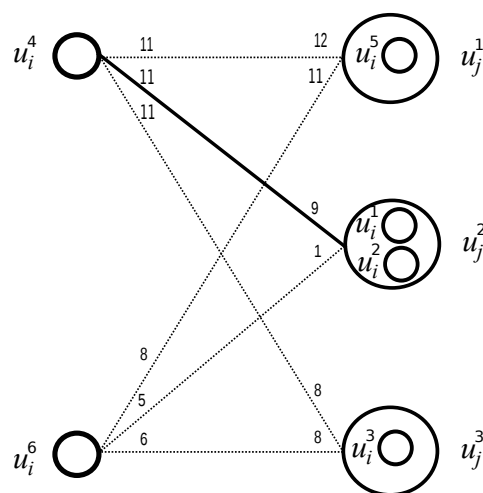


Figura 5. Secuencia final de emparejamiento.

## IV.2.2. Ejemplo de emparejamiento máximo

Aquí se describe un ejemplo del Pseudo-código 1 utilizando el algoritmo de Munkres (1957). El grafo de entrada para este ejemplo es el mismo que se utiliza para el ejemplo de la Sección IV.2.1 y que se muestra en la Figura 2. El algoritmo de Munkres (1957) es un algoritmo de optimización el cual resuelve problemas de asignación en tiempo  $O(n^3)$ . Este algoritmo modela un problema de asignación como una matriz de costos/ganancias

$n \times m$ , donde cada elemento representa el costo/ganancia de asignar el  $n$ -ésimo elemento al  $m$ -ésimo elemento a emparejar, para maximizar el bienestar total. Para el caso de maximización, los elementos de la matriz necesitan ser modificados para que la minimización de sus elementos lleve a una maximización de los valores originales.

Al igual que el ejemplo de la Sección IV.2.1, inicialmente cada usuario de tipo  $u_j$  expresa el número de asientos disponibles en su vehículo:

$$\sigma_{u_j^1} = 1$$

$$\sigma_{u_j^2} = 3$$

$$\sigma_{u_j^3} = 1$$

La Tabla VI muestra la matriz de preferencias con base al grafo de la Figura 2.

Tabla VI. Matriz de preferencias

	$u_j^1$	$u_j^2$	$u_j^3$
$u_i^1$	10, 6	8, 12	6, 1
$u_i^2$	5, 8	3, 12	2, 1
$u_i^3$	8, 3	10, 10	10, 12
$u_i^4$	11, 12	11, 9	11, 8
$u_i^5$	12, 12	1, 1	1, 1
$u_i^6$	8, 11	5, 1	6, 8

El proceso de emparejamiento máximo inicia realizando la suma de las preferencias de cada celda de la matriz, y seleccionando el elemento con la mayor suma (ver Tabla VII). Para cada elemento de la matriz se calcula la diferencia respecto al valor de máxima preferencia, generando una nueva matriz de preferencias que se presenta en la Tabla VIII.

Tabla VII. Selección de la preferencia máxima.

	$u_j^1$	$u_j^2$	$u_j^3$
$u_i^1$	16	20	7
$u_i^2$	13	15	3
$u_i^3$	11	20	22
$u_i^4$	23	20	19
$u_i^5$	24	2	2
$u_i^6$	19	6	14

Tabla VIII. Diferencia de la mayor preferencia.

	$u_j^1$	$u_j^2$	$u_j^3$
$u_i^1$	8	4	17
$u_i^2$	11	9	21
$u_i^3$	13	4	2
$u_i^4$	1	4	5
$u_i^5$	0	22	22
$u_i^6$	5	18	10

Después, se localiza el número menor de cada fila y se resta a cada elemento de su respectiva fila, como se muestra en el Tabla IX.

El siguiente paso es localizar el número menor de cada columna, y restarlo a cada elemento de su respectiva columna. Para este caso en particular no se aplica ningún cambio, por lo que se procede a realizar el emparejamiento. Para ello, se selecciona

Tabla IX. Diferencia del mayor elemento por filas.

	$u_j^1$	$u_j^2$	$u_j^3$
$u_i^1$	4	0	13
$u_i^2$	2	0	12
$u_i^3$	11	2	0
$u_i^4$	0	3	4
$u_i^5$	0	22	22
$u_i^6$	0	13	5

con base a los ceros de cada columna; i.e., cada usuario de tipo  $u_j$  elige a cada  $u_i^k$  considerando la mayor preferencia y la posición de los ceros, así como seleccionando la mayor preferencia de la matriz original. Note que solamente se puede seleccionar dentro de las posiciones donde hayan ceros en la matriz. La selección por parte de los  $u_i$  se presenta en la Tabla X, donde los recuadros sombreados fueron las máximas preferencias.

Así, la asignación después de la primera iteración y la disponibilidad de lugares queda de la siguiente manera:

$$u_j^3 \Rightarrow u_i^3 \text{ y } \sigma_{u_j^3} = 0$$

$$u_j^1 \Rightarrow u_i^5 \text{ y } \sigma_{u_j^1} = 0$$

$$u_j^2 \Rightarrow u_i^2 \text{ y } \sigma_{u_j^2} = 2$$

La Figura 3 muestra el grafo que se genera después de la primera iteración. Posteriormente, se reajusta la matriz de preferencias, tal como se muestra en el Tabla XI. Una vez aplicado el proceso anterior, se obtiene el emparejamiento de máximo bienestar social como se muestra en la Figura 5.

Tabla X. Diferencia de la mayor preferencia.

	$u_j^1$	$u_j^2$	$u_j^3$
$u_i^1$	4	0	13
$u_i^2$	2	0	12
$u_i^3$	11	2	0
$u_i^4$	0	3	4
$u_i^5$	0	22	22
$u_i^6$	0	13	5

Tabla XI. Selección segunda iteración.

	$u_j^2$
$u_i^1$	15
$u_i^4$	20
$u_i^6$	6

Finalmente, todos los lugares disponibles de cada  $u_j^k$  han sido utilizados, por lo que el proceso de emparejamiento se da por terminado, quedando un emparejamiento óptimo con un valor del bienestar social de 101 (ver Figura 5).

### IV.3. Protocolo de comunicación

En esta sección se presenta un protocolo que administra la comunicación entre los usuarios del sistema de viaje compartido. Esta comunicación entre usuarios se lleva a cabo a través del modelo publicador/suscriptor (publish/subscribe) descrito en Eugster

*et al.* (2003). Bajo este modelo, cada conjunto de usuarios del tipo  $u_j$  *suscribe* su ruta como un *tema* o canal del sistema. Por otro lado, cada conjunto de usuarios del tipo  $u_i$  *publica* su solicitud para compartir el viaje en uno o más temas que se relacionen con su ruta en tiempo y en ubicación.

El Pseudo-código 2 bosqueja la propuesta de protocolo de comunicación.

---

**Pseudo-código 2** Protocolo de comunicación.

---

- 1:  $u_j$  suscribe en el sistema la ruta  $R_{u_j}$  que le gustaría compartir. La suscripción consiste en la creación de un tema en el sistema conteniendo el origen  $v_0$  y el destino  $v_k$  de  $R_{u_j}$ .
  - 2:  $u_i$  publica una solicitud de viaje compartido relacionado a su ruta  $R_{u_i}$  en una lista de temas disponibles en el sistema. Bajo este esquema, cada usuario sea  $u_j$  o  $u_i$ , indistintamente, emite una solicitud de servicio, indicando su ruta a seguir denotada como  $R_{u_k}$ , además de un instante de tiempo de partida  $t_{u_k \rightarrow R_{u_k}}^0$ , así como una holgura de tiempo  $\eta_{u_k \rightarrow R_{u_i j}}$  que  $u_k$  este dispuesto a esperar o llegar más temprano al origen de  $R_{u_i j}$ . Así la solicitud del usuario  $u_k$  se representa mediante  $S_{u_k} = (R_{u_k}, t_{u_k \rightarrow R_{u_k}}^0, \eta_{u_k})$ . La publicación de solicitud de  $u_i$  se envía únicamente a cada  $u_j$  que se haya suscrito al tema.
  - 3: Si  $u_j$  recibe la solicitud de  $u_i$ , entonces  $u_j$  responde enviando su identidad y la de otros pasajeros a los que les va a proveer o les provee el servicio. Asimismo,  $u_j$  también envía sus datos personales.
  - 4:  $u_i$  revisa las respuestas de los  $k$  conductores y elige a uno de ellos, digamos  $u_j$ , con base en la asignación propuesta por el algoritmo de emparejamiento.
  - 5:  $u_j$  envía su identidad, datos personales y detalles de su reputación al  $u_j$  que haya elegido para la aceptación del servicio.
  - 6:  $u_j$  revisa las solicitudes de cada pasajero  $u_i$ , y decide si acepta o no el servicio con base en la información personal y en la reputación de  $u_i$ .
  - 7:  $u_j$  envía un mensaje a cada pasajero  $u_i$  elegido sobre la aceptación del servicio.
  - 8:  $u_i$  envía a los  $k - 1$  conductores restantes un mensaje de “Desconexión”.
  - 9: Una vez que concluye el viaje, tanto  $u_j$  como  $u_i$  califican su experiencia de viaje.
- 

En la Sección V.2 de este documento, se presenta un ejemplo de aplicación del protocolo de comunicación propuesto.

# Capítulo V

## Simulación experimental

En este capítulo se presentan la simulación experimental del algoritmo propuesto para el emparejamiento estable y del protocolo de comunicación. Para ello, se desarrolló un prototipo de un sistema de viaje compartido que incluye las características del modelo descrito en el Capítulo III e implementa el algoritmo propuesto en el Capítulo IV.

### V.1. Simulación del emparejamiento estable

A continuación se describe el diseño experimental que se aplicó en todos los experimentos relacionados al problema de emparejamiento estable.

#### V.1.1. Casos de prueba

El problema de emparejamiento estable se modela como un grafo bipartito completo, donde los vértices representan los usuarios de dos tipos, las aristas representan las posibles relaciones entre cada tipo de usuario, y los pesos en las aristas representan las preferencias entre los usuarios (ver Capítulo III).

Para probar el modelo de sistema de viaje compartido, se optó por generar un conjunto de 300 grafos bipartitos completos aleatorios. Para generar los grafos de prueba se utilizó la librería `python-igraph` del lenguaje de programación Python, la cual contiene un conjunto de herramientas de software libre para el análisis de redes de una forma

eficiente y portable. La Figura 6 muestra un ejemplo de un grafo generado y visualizado a través de python-igraph.

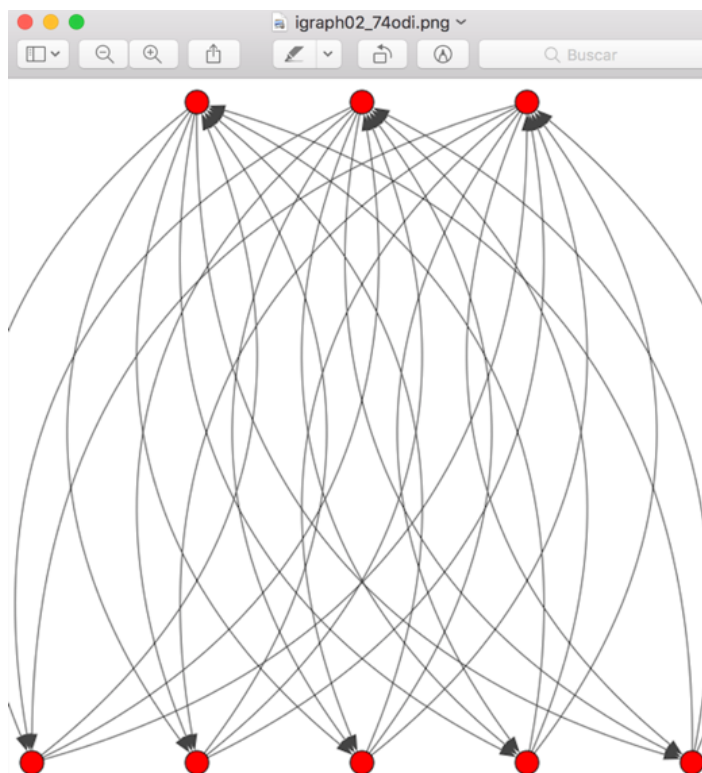


Figura 6. Ejemplo de un caso del conjunto de grafos de prueba.

Se establecieron atributos aleatorios para cada grafo bipartito bajo los siguientes criterios:

- El número de vértices puede ser de 1 a 30 nodos para cada tipo de usuario.
- El número de asientos disponibles puede ser de 1 a 5 para cada conjunto de usuarios con vehículo.
- El peso en cada arista representa la preferencia de cada conjunto de usuarios y puede ser un valor entre uno y dos veces el total de vértices.



Cabe enfatizar que el peso de cada arista, representa un nivel de preferencia entre cada relación entre los vértices conectados, por lo que el peso de la relación de  $A$  con  $B$  y  $B$  con  $A$  pueden ser diferentes.

Los grafos generados se guardaron en el formato GML (Graph Modelling Language), que son archivos de texto que describen grafos con una sintaxis simple, extensa y flexible.

### **V.1.2. Métrica para la calidad de la soluciones**

Se utiliza el Precio de la Estabilidad (PoS, por sus siglas en inglés) (Schulz y Moses, 2003; Anshelevich *et al.*, 2004) como una medida de ineficiencia para determinar cuánto se acercan los valores de bienestar social obtenidos experimentalmente por el algoritmo propuesto con respecto a una aproximación del valor óptimo obtenido por la inclusión del algoritmo de Munkres (1957). Desde un punto de vista de la teoría de juegos, el PoS mide el costo mínimo de tener una solución estable en comparación con el óptimo; i.e., el ‘sacrificio’ del sistema de obtener un emparejamiento estable más que un emparejamiento máximo. Dado que el problema de emparejamiento estable es un problema de maximización (Ver Sección IV.2), el PoS se calcula como el cociente entre el máximo valor obtenido de bienestar social entre la salida óptima de la función de bienestar social.

### **V.1.3. Análisis estadístico**

Para todos los experimentos, se realizaron 30 corridas para cada grafo del conjunto de casos de prueba. Se llevó a cabo un análisis de pruebas estadísticas de los resultados de comparación utilizando el algoritmo de Gale y Shapley (2013) versus el de Munkres (1957). Primero, se utilizó la prueba de Lilliefors (1967) para determinar si los datos

experimentales seguían una distribución normal. La salida de esta prueba determinó que los datos no estaba distribuidos normalmente. Por lo tanto, se aplicó la prueba de suma de rangos de Litchfield y Wilcoxon (1949) para determinar si existe una diferencia significativa entre las salidas.

#### **V.1.4. Entorno computacional**

Todos los algoritmos se implementaron en el lenguaje de programación Python 3.6. Los experimentos se ejecutaron en un 3.1 GHz Intel Core i7 Mac (Dual-core), con 8 GB of RAM, y bajo el sistema operativo OS X 10.11.4.

#### **V.1.5. Descripción del simulador**

El software de simulación funciona de la siguiente manera. Como entrada se ingresa un archivo GML, que contiene la información del grafo de prueba. Se utiliza una instancia de la clase `ManagingGraphs` la cual permite obtener las características y atributos de cada grafo de una forma estructurada y un conjunto de funciones para lograr el emparejamiento. Dado que los conjuntos del grafo bipartito no siempre son de la misma cardinalidad, el proceso de emparejamiento se hace de manera iterativa, donde cada etapa garantiza una asignación estable por pares de usuarios. Una vez asignados los usuarios, se eliminan del proceso a través de la inclusión de supervértices (Ver Sección IV.2). Cabe destacar que por cada iteración debe reducirse en uno el número de asientos disponibles de cada vehículo. Este proceso se repite hasta que ya no haya asientos disponibles o más pasajeros por atender. La Figura 7 muestra un ejemplo de corrimiento para una iteración de un grafo bipartito completo de prueba.

```

2017.10.31_Ridematching --bash --98x20
--> Stable matching:
{0: {23: 19}, 1: {23: 10}, 2: {23: 1}}
--> Social welfare of the stable matching:
144
--> Maximal matching:
{0: {23: 22}, 1: {23: 3}, 2: {23: 13}}
--> Social welfare of the Algorithm Munkres matching:
221.0
Prueba: ["['23-19'];", ["['23-10'];", ["['23-1'];"]
--> Stable matching:
{0: {48: 0, 49: 1, 24: 2, 28: 3, 36: 9, 41: 5, 31: 6, 43: 7, 44: 8, 42: 4, 47: 10, 21: 11, 38: 13,
30: 12, 25: 14, 45: 15, 33: 16, 40: 17, 22: 18, 39: 19, 46: 20}}
--> Social welfare of the stable matching:
2979

```

Figura 7. Ejemplo de salida del prototipo de simulación.

### V.1.6. Resultados experimentales

Los resultados experimentales muestran la convergencia del algoritmo en todos los casos de prueba. La Figura 8 muestra los valores de bienestar social obtenidos por el algoritmo del Pseudo-código 1 cuando se utilizan los algoritmos de Gale y Shapley (2013) (para el emparejamiento estable) y de Munkres (1957) (para el emparejamiento máximo). Se observa que, en general, las soluciones obtenidas para el emparejamiento máximo tienen el doble de bienestar social que las obtenidas por el emparejamiento estable. En algunos casos esta diferencia es menor, incluso llegando a converger con el mismo valor. Aún así, y con base en el procedimiento estadístico descrito en la Sección V.1.3, existe una diferencia significativa entre ambos resultados.

Por otro lado, la Figura 9 muestra los valores promedio de bienestar social del algoritmo de emparejamiento estable. En el peor de los casos, se tiene 75% de la calidad de la solución obtenida por el emparejamiento máximo a través del algoritmo de Munkres.

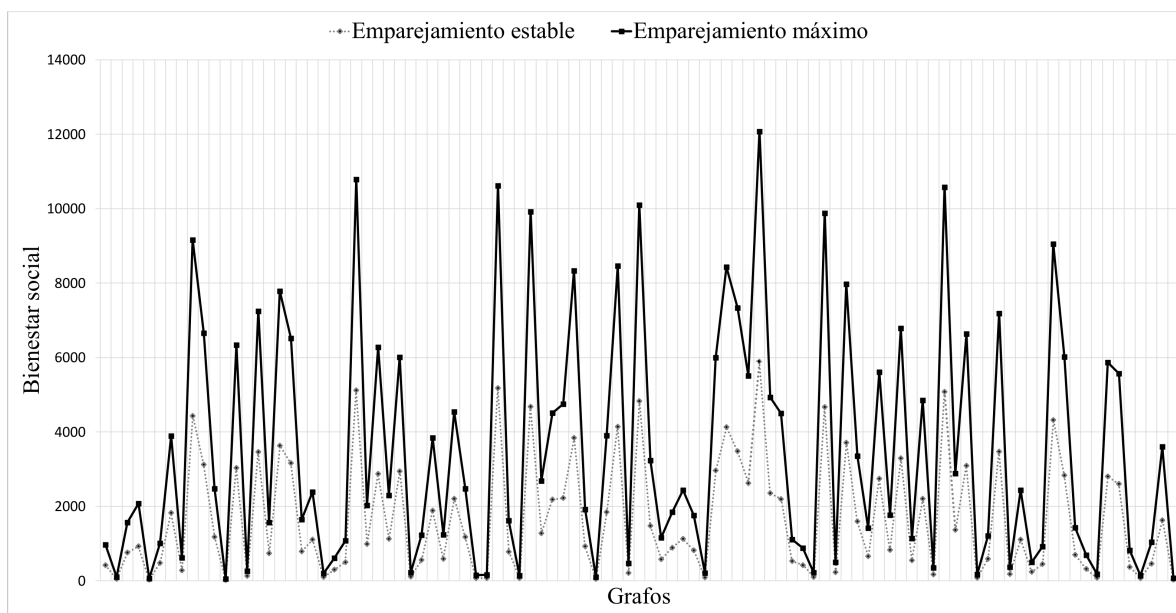


Figura 8. Convergencia en las soluciones de los algoritmos.

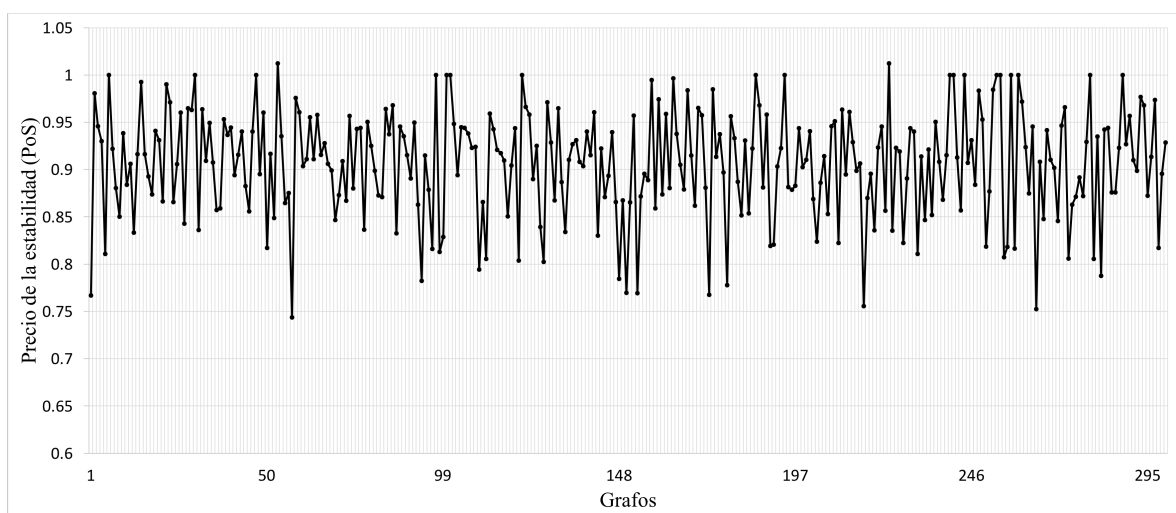


Figura 9. Precio de la estabilidad.

## V.2. Simulación del protocolo de comunicación

En esta sección, se presenta una simulación del protocolo de comunicación del Pseudo-código 2. Suponga una serie de rutas de usuarios que desean compartir viaje. La Figura 10, obtenida a través de la plataforma GoogleMaps, muestra un mapa de la

población de Ciudad Guzmán en donde se muestran las rutas de tres usuarios del tipo  $u_j$ , así como los puntos de origen y destino de cinco usuarios del tipo  $u_i$ .

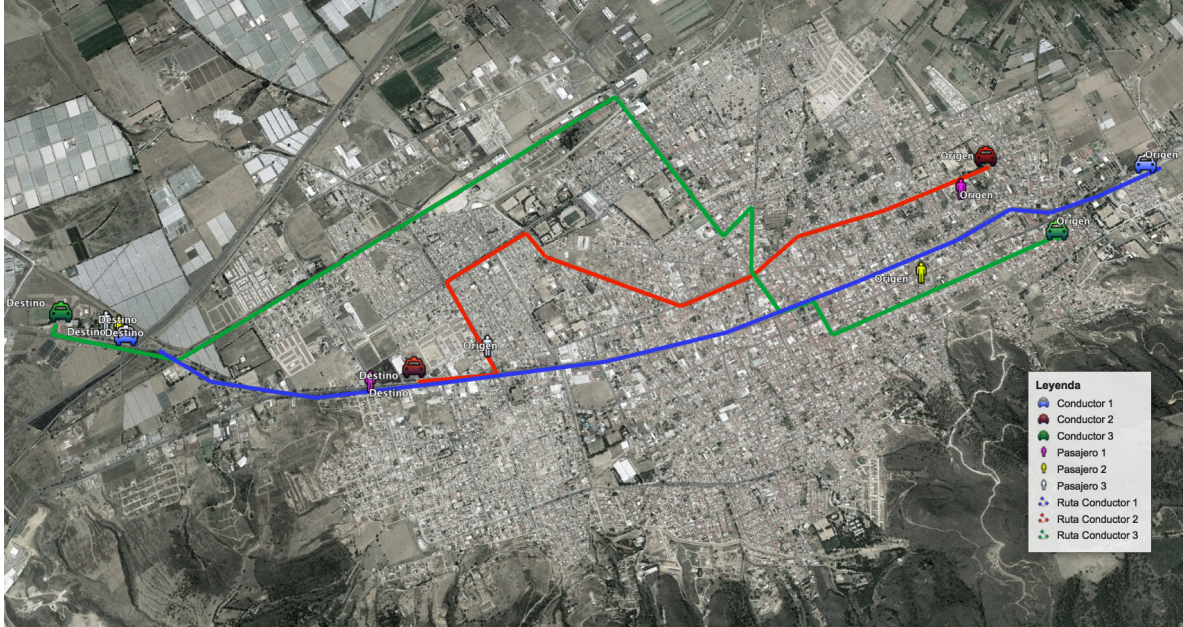


Figura 10. Simulación entorno de viaje compartido.

Cada usuario  $u_k$  (que puede ser del tipo  $u_i$  o  $u_j$ , indistintamente) anuncia su ruta definiendo una serie de puntos importantes que denotan los segmentos de camino comprendidos en la ruta,  $R_{u_k} = v_0, v_1, \dots, v_m$ , donde  $v_0$  representa el origen,  $v_1$  el primer nodo de la ruta del  $u_k$ ,  $v_m$  es el destino de  $u_k$ . Además, cada  $u_k$  define una hora de salida  $t_{k \rightarrow R_k}^0$ , así como una holgura temporal  $\tau$  que especifica el tiempo que esta dispuesto a esperar a  $u_k$  en prospecto para compartir viaje.

De esta manera  $u_j^1$  anuncia su ruta con la siguiente forma:

$$R_{u_j^1} = \{(19.72793, -103.45921), (19.72355, -103.45989), \\ (19.71942, -103.462), (19.71459, -103.4623), (19.70713, -103.46349), \\ (19.69678, -103.46588), (19.68703, -103.47044), (19.6748, -103.47679), \\ (19.6748, -103.47679), t^0 = 26400, \tau = 300\}$$

Con base en la ruta anunciada por cada  $u_k$ , el sistema genera una ruta completa indicando todas los puntos posibles incluidos en la ruta (i.e., el conjunto de intersecciones de calles que recorre cada  $u_k$ ). Por otro lado, los tiempos se calculan con base a la velocidad que se recorre (que en este caso se consideró  $14m/s(50Km/h)$  en zonas habitacionales como es el caso de la ciudad). La Tabla XII muestra la ruta completa de  $u_j^1$ .

Similarmente,  $u_j^2$  anuncia su ruta generalizada de la siguiente manera:

$$R_{u_j^2} = \{(19.72039, -103.45859), (19.71359, -103.45959), (19.70554, -103.46238), \\ (19.70347, -103.46548), (19.70303, -103.47674), (19.70267, -103.4823), \\ (19.68237, -103.48208), (19.67574, -103.48206), t^0 = 32400, \tau = 600\}$$

La Tabla XIII muestra la ruta completa de  $u_j^2$ .

Así mismo  $u_j^3$  anuncia su ruta generalizada:

$$R_{u_j^3} = \{(19.71958, -103.4652), (19.71521, -103.46582), \\ (19.71057, -103.46699), (19.70681, -103.46797), (19.69941, -103.46799), \\ (19.69368, -103.4734), (19.68951, -103.47757), (19.68704, -103.47502), \\ (19.68685, -103.47054), (19.68252, -103.47296), t^0 = 25200, \tau = 300\}$$

La Tabla XIV muestra la ruta completa de  $u_j^3$ .

Tabla XIV. Ruta completa de  $u_j^3$ .

Ubicación (lat-long)	Distancia (m)	Tiempo (ms)
19.72039, -103.45859	0	25200
19.72038, -103.45915	62	25205
19.71986, -103.45918	62	25210
19.71928, -103.45922	72	25217
19.71801, -103.45927	146	25228
19.71662, -103.45931	160	25240

(continúa en la página siguiente)

Ubicación (lat-long)	Distancia (m)	Tiempo (ms)
19.71608, -103.45933	65	25306
19.71538, -103.45938	83	25309
19.71469, -103.45938	82	25315
19.71359, -103.45959	131	25325
19.71176, -103.45983	211	24341
19.71105, -103.46001	143	24352
19.70922, -103.46021	142	24363
19.70795, -103.46043	147	24375
19.70671, -103.46062	142	24386
19.70538, -103.46082	154	24399
19.70554, -103.46238	168	24412
19.70568, -103.46368	139	24423
19.7045, -103.4638	135	24497
19.70342, -103.46405	129	24508
19.70347, -103.46548	158	24520
19.70344, -103.46714	178	24534
19.70533, -103.47032	405	24623
19.70603, -103.47129	132	24634
19.70328, -103.47087	322	24658
19.70322, -103.47226	154	24730
19.70322, -103.47319	102	24739
19.70312, -103.47494	187	24754
19.70303, -103.47674	192	24828
19.70294, -103.47805	144	24839
19.7029, -103.4794	146	24851
19.70267, -103.4823	306	24933
19.69142, -103.48239	1276	25035
19.68674, -103.48215	523	25075
19.68628, -103.48211	64	25081
19.68573, -103.48209	64	25087
19.68522, -103.48208	56	25093
19.68462, -103.48209	65	25101
19.6838, -103.48208	93	25112
19.68237, -103.48208	49	25117
19.68087, -103.48205	164	25130
19.68015, -103.48208	82	25197
19.67883, -103.48204	147	25209
19.67574, -103.48206	300	25299
19.67126, -103.48193	516	25337
19.66613, -103.48805	1007	27000

Tabla XII. Ruta completa de  $u_j^1$ .

Ubicación (lat-long)	Distancia (m)	Tiempo (ms)
19.72793, -103.45921	0	26400
19.72609, -103.45952	203	26414
19.72355, -103.45989	288	26435
19.72147, -103.46049	86	26454
19.72085, -103.4609	80	26460
19.72026, -103.46144	86	26465
19.71942, -103.462	111	26473
19.71804, -103.46224	155	26553
19.71705, -103.46225	113	26564
19.71629, -103.46222	87	26570
19.71459, -103.4623	266	26589
19.71221, -103.46272	148	26600
19.71091, -103.46291	148	26611
19.7096, -103.46312	137	26681
19.70837, -103.46331	143	26692
19.70713, -103.46349	160	26704
19.70576, -103.4637	140	26714
19.70454, -103.46382	289	26735
19.70201, -103.46433	230	26752
19.70004, -103.46489	134	26822
19.69895, -103.46531	254	26841
19.69678, -103.46588	163	26853
19.6954, -103.46636	90	26861
19.69466, -103.46671	145	26931
19.69362, -103.46722	263	26950
19.69247, -103.4678	247	26968
19.69032, -103.46879	260	27029
19.68703, -103.47044	413	27059
19.68276, -103.47251	520	27097
19.68032, -103.47378	306	27179
19.6748, -103.47679	697	27229
19.67123, -103.48187	672	27280
19.6688, -103.4845	391	27600

Similarmente los usuarios de tipo  $u_i$  anuncia su ruta y el sistema genera una ruta completa de cada  $u_i^k$ . Inicialmente  $u_i^1$  anuncia su ruta indicando su origen, destino, hora



Tabla XIII. Ruta completa de  $u_j^2$ .

Ubicación (lat-long)	Distancia (m)	Tiempo (ms)
19.71958, -103.4652	0	32400
19.71824, -103.46528	150	32411
19.71715, -103.46542	130	32421
19.71633, -103.46559	94	32428
19.71521, -103.46582	130	32499
19.71283, -103.46629	277	32519
19.71134, -103.46674	178	32532
19.71057, -103.46699	94	32539
19.70976, -103.46727	95	32547
19.7092, -103.46741	65	32552
19.70681, -103.46797	279	32572
19.70351, -103.46723	395	32601
19.70278, -103.46739	90	32608
19.69941, -103.46799	385	32696
19.69861, -103.46806	89	32703
19.69712, -103.46988	268	32723
19.69676, -103.47039	69	32728
19.69452, -103.47355	420	32759
19.69368, -103.4734	98	32827
19.69335, -103.4759	269	32848
19.6929, -103.47773	200	32863
19.69181, -103.47769	122	32873
19.69058, -103.47762	144	32943
19.68951, -103.47757	125	32952
19.68853, -103.47754	110	32964
19.68703, -103.47748	171	33036
19.68706, -103.47623	135	33047
19.68704, -103.47502	129	33059
19.68685, -103.47054	485	33194
19.68252, -103.47296	550	33600

de partida y una holgura temporal de la siguiente manera,

$$R_{u_i^1} = \{(19.71727, -103.4647), (19.6801, -103.47414), t^0 = 32400, \tau = 300\}$$

Tomando en cuenta el origen y destino de  $u_i^1$  las posibles rutas que incluye  $R_{u_i^1}$  se muestran en la Tabla XV, donde la parte sombreada indica la inclusión de  $R_{u_i^1}$  en

función, tanto de  $R_{u_j^1}$  como de  $R_{u_j^2}$ .

Tabla XV. Rutas incluidas en  $R_{u_j^1}$  y  $R_{u_j^2}$

$R_{u_j^1}$		$R_{u_j^2}$	
Ubicación (lat-long)	Distancia (m)	Ubicación (lat-long)	Distancia (m)
19.72793, -103.45921	0	19.71958, -103.4652	0
19.72609, -103.45952	203	19.71824, -103.46528	150
19.72355, -103.45989	288	19.71715, -103.46542	130
19.72209, -103.46001	177	19.71633, -103.46559	94
19.72147, -103.46049	86	19.71283, -103.46629	277
19.72085, -103.4609	80	19.71134, -103.46674	178
19.72026, -103.46144	86	19.71057, -103.46699	94
19.71942, -103.462	111	19.70976, -103.46727	95
19.71804, -103.46224	155	19.7092, -103.46741	65
19.71705, -103.46225	113	19.70681, -103.46797	279
19.71629, -103.46222	87	19.70351, -103.46723	395
19.71459, -103.4623	266	19.70278, -103.46739	90
19.71221, -103.46272	148	19.69941, -103.46799	385
19.71091, -103.46291	148	19.69861, -103.46806	89
19.7096, -103.46312	137	19.69712, -103.46988	268
19.70837, -103.46331	143	19.69676, -103.47039	69
19.70713, -103.46349	160	19.69452, -103.47355	420
19.70576, -103.4637	140	19.69368, -103.4734	98
19.70454, -103.46382	289	19.69335, -103.4759	269
19.70201, -103.46433	230	19.6929, -103.47773	200
19.70004, -103.46489	134	19.69181, -103.47769	122
19.69895, -103.46531	254	19.69058, -103.47762	144
19.69678, -103.46588	163	19.68951, -103.47757	125
19.6954, -103.46636	90	19.68853, -103.47754	110
19.69466, -103.46671	145	19.68703, -103.47748	171
19.69362, -103.46722	263	19.68706, -103.47623	135
19.69247, -103.4678	247	19.68704, -103.47502	129
19.69032, -103.46879	260	19.68685, -103.47054	485
19.68703, -103.47044	413	19.68252, -103.47296	550
19.68276, -103.47251	520		
19.68032, -103.47378	306		
19.6748, -103.47679	697		
19.67123, -103.48187	672		
19.6688, -103.4845	391		

La coincidencia espacial para  $u_i^1$  con base en  $R_{u_i^1}$  es mayor con respecto a  $R_{u_j^2}$ . Para la coincidencia temporal se hace uso de la ecuación 3, primeramente en función de  $u_j^1$ , ( $32400 \geq 26564 \geq 27179 \geq 33600$ ) lo cual no se cumple, por lo tanto no hay coincidencia en tiempos con  $u_j^1$  y con respecto a  $u_j^2$ , ( $32400 \geq 32421 \geq 33600 \geq 33600$ ), lo cual si se cumple. Así, la coincidencia de tiempos  $u_i^1$  embona con la ruta de  $u_j^2$ .

Por lo tanto, la subruta de  $u_i^1$  coincide con la ruta de  $u_j^2$  en distancia y horario. Obteniendo éxito el compartir viaje tanto para  $u_j^2$  como para  $u_i^1$ . Similarmente,  $u_i^2$  anuncia su ruta de la siguiente manera:

$$R_{u_i^2} = \{(19.712, -103.46142), (19.66892, -103.4858), t^0 = 32700, \tau = 600\}$$

La ruta de  $u_i^2$  coincide espacialmente con las rutas de  $u_j^1$  y  $u_j^3$ . La Tabla XVI muestra la inclusión de rutas.

Tabla XVI. Rutas incluidas en  $R_{u_j^1}$  y  $R_{u_j^3}$

$R_{u_j^1}$		$R_{u_j^3}$	
Ubicación (lat-long)	Distancia (m)	Ubicación (lat-long)	Distancia (m)
19.72793, -103.45921	0	19.72039, -103.45859	0
19.72609, -103.45952	203	19.72038, -103.45915	62
19.72355, -103.45989	288	19.71986, -103.45918	62
19.72209, -103.46001	177	19.71928, -103.45922	72
19.72147, -103.46049	86	19.71801, -103.45927	146
19.72085, -103.4609	80	19.71662, -103.45931	160
19.72026, -103.46144	86	19.71608, -103.45933	65
19.71942, -103.462	111	19.71538, -103.45938	83
19.71804, -103.46224	155	19.71469, -103.45938	82
19.71705, -103.46225	113	19.71359, -103.45959	131
19.71629, -103.46222	87	19.71176, -103.45983	211
19.71459, -103.4623	266	19.7105, -103.46001	143
19.71221, -103.46272	148	19.70922, -103.46021	142
19.71091, -103.46291	148	19.70795, -103.46043	147
19.7096, -103.46312	137	19.70671, -103.46062	142
19.70837, -103.46331	143	19.70538, -103.46082	154
19.70713, -103.46349	160	19.70554, -103.46238	168
19.70576, -103.4637	140	19.70568, -103.46368	139

(continúa en la página siguiente)

Ubicación (lat-long)	Distancia (m)	Ubicación (lat-long)	Distancia (m)
19.70454, -103.46382	289	19.7045, -103.4638	135
19.70201, -103.46433	230	19.70342, -103.46405	129
19.70004, -103.46489	134	19.70347, -103.46548	158
19.69895, -103.46531	254	19.70344, -103.46714	178
19.69678, -103.46588	163	19.70533, -103.47032	405
19.6954, -103.46636	90	19.70603, -103.47129	132
19.69466, -103.46671	145	19.70328, -103.47087	322
19.69362, -103.46722	263	19.70322, -103.47226	154
19.69247, -103.4678	247	19.70322, -103.47319	102
19.69032, -103.46879	260	19.70312, -103.47494	187
19.68703, -103.47044	413	19.70303, -103.47674	192
19.68276, -103.47251	520	19.70294, -103.47805	144
19.68032, -103.47378	306	19.7029, -103.4794	146
19.6748, -103.47679	697	19.70267, -103.4823	306
19.67123, -103.48187	672	19.69142, -103.48239	1276
19.6688, -103.4845	391	19.68674, -103.48215	523
		19.68628, -103.48211	64
		19.68573, -103.48209	64
		19.68522, -103.48208	56
		19.68462, -103.48209	65
		19.6838, -103.48208	93
		19.68237, -103.48208	49
		19.68087, -103.48205	164
		19.68015, -103.48208	82
		19.67883, -103.48204	147
		19.67835, -103.48206	53
		19.67574, -103.48206	300
		19.67126, -103.48193	516
		19.66613, -103.48805	1007

La coincidencia espacial para  $u_i^2$  con base en  $R_{u_i^2}$  es mayor con respecto a  $R_{u_j^1}$ . La coincidencia temporal de  $u_i^2$  en función de  $u_i^2$ , ( $32700 \geq 26600 \geq 27600 \geq 34200$ ) lo cual no se cumple por lo tanto, no hay coincidencia en tiempos con  $u_j^1$  y con respecto a  $u_j^3$ , ( $32400 \geq 24341 \geq 27000 \geq 34200$ ), lo cual tampoco cumple. Por lo tanto,  $u_i^2$  no embona con ninguna ruta en coincidencia temporal y aunque haya coincidencia espacial, pero no coincidencia temporal,  $u_i^2$  no logra éxito el compartir viaje.

Ahora  $u_i^3$  anuncia su ruta de la siguiente manera:

$$R_{u_i^3} = \{(19.68716, -103.47218), (19.66838, -103.4865), t^0 = 26700, \tau = 300\}$$

La inclusión de la ruta de  $u_j^1$  se muestran en la Tabla XVII.

Una vez que  $u_i^3$  encontró coincidencia en distancia con la ruta de  $u_j^1$ . Ahora para la coincidencia en los tiempos de  $u_j^1$ , ( $26700 \geq 27059 \geq 27600 \geq 27900$ ) lo cual se cumple lo que quiere decir que hay coincidencia en tiempos con  $u_j^1$ . Por lo tanto,  $u_i^3$  obtiene éxito para compartir viaje con  $u_j^1$ .

Tabla XVII. Rutas incluidas en  $R_{u_j^1}$ 

$R_{u_j^1}$	
Ubicación (lat-long)	Distancia (m)
19.72793, -103.45921	0
19.72609, -103.45952	203
19.72355, -103.45989	288
19.72209, -103.46001	177
19.72147, -103.46049	86
19.72085, -103.4609	80
19.72026, -103.46144	86
19.71942, -103.462	111
19.71804, -103.46224	155
19.71705, -103.46225	113
19.71629, -103.46222	87
19.71459, -103.4623	266
19.71221, -103.46272	148
19.71091, -103.46291	148
19.7096, -103.46312	137
19.70837, -103.46331	143
19.70713, -103.46349	160
19.70576, -103.4637	140
19.70454, -103.46382	289
19.70201, -103.46433	230
19.70004, -103.46489	134
19.69895, -103.46531	254
19.69678, -103.46588	163
19.6954, -103.46636	90
19.69466, -103.46671	145
19.69362, -103.46722	263
19.69247, -103.4678	247
19.69032, -103.46879	260
19.68703, -103.47044	413
19.68276, -103.47251	520
19.68032, -103.47378	306
19.6748, -103.47679	697
19.67123, -103.48187	672
19.6688, -103.4845	391

## Capítulo VI

### Conclusiones y trabajo futuro

Hoy en día, la mayoría de los sistemas de viaje compartido no consideran el emparejamiento estable; i.e., una relación de usuarios con base en sus preferencias tal que ningún usuario del sistema prefiera a otro distinto del actual. Un sistema de viaje compartido que considere un emparejamiento estable puede definir preferencias con base a dos aspectos fundamentales del servicio: el ahorro del viaje y la reputación de los usuarios. El ahorro se calcula con base en las características espaciales y temporales del viaje, mientras que el sistema de reputación se calcula con base en la posición del usuario en una red social. En el presente trabajo de tesis se diseñó un modelo de sistema de viaje compartido que, con base en estos dos aspectos, permite los siguientes cuatro tipos de viaje: idéntico, inclusivo, parcial y con desvío.

Un algoritmo de emparejamiento estable en sistemas de viajes compartido debe considerar las siguientes características: el número de elementos de los conjuntos (pasajeros y conductores) puede ser distinto y el emparejamiento no necesariamente es completo, por lo que pueden quedar usuarios sin asignar conforme a disponibilidad en el servicio. Bajo estas consideraciones, se desarrolló un algoritmo que consiste de una versión iterada y modificada del algoritmo de Gale y Shapley (2013). Los resultados experimentales demuestran que el algoritmo propuesto siempre genera emparejamientos estables de uno a muchos, sin embargo queda como trabajo futuro demostrar teóricamente esta aseveración. Para los casos de prueba, se determinó el Precio de la Estabilidad (PoS, por sus siglas en inglés) experimental del algoritmo,

como una forma de calcular el nivel de degradación del bienestar social del sistema debido a la estabilidad.

Uno de los principales elementos de un sistema de viajes compartido es el sistema de reputación, el cual permite evaluar a los usuarios con base en el desempeño de un servicio. El sistema de reputación aquí propuesto es una versión modificada del algoritmo de Kamvar *et al.* (2003) para sistemas peer-to-peer, donde cada usuario evalúa un servicio con base a puntualidad, cordialidad, satisfacción y confianza. Una línea de investigación interesante sería la implementación de nuevos sistemas de reputación que incluya no solamente la evaluación del servicio, sino propiamente de la identidad de los usuarios. Por ejemplo, en México, por cuestiones de seguridad, las personas usualmente no comparten su vehículo con desconocidos.

Finalmente, y a manera de reflexión, la culminación del presente trabajo de tesis significa para su autor el inicio de un proceso continuo de formación en investigación. Sin duda, falta mucho por conocer y por aprender, pero lo importante es que este proceso ya comenzó.



## Referencias bibliográficas

- Agatz, N., Erera, A., Savelsbergh, M., y Wang, X. (2012). Optimization for dynamic ride-sharing: A review. *European Journal of Operational Research*, **223**(2): 295 – 303.
- Alarabi, L., Cao, B., Zhao, L., Mokbel, M. F., y Basalamah, A. (2016). A demonstration of sharek: An efficient matching framework for ride sharing systems. En *Proceedings of the 24th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, GIS '16, pp. 95:1–95:4, New York, NY, USA. ACM.
- Amey, A. (2011). A proposed methodology for estimating rideshare viability within an organization, applied to the mit community. En *TRB Annual Meeting Proceedings*, pp. 1–16.
- Anima, T., Prem, K. K., y K., C. S. (2010). Meiotic cell cycle arrest in mammalian oocytes. *Journal of Cellular Physiology*, **223**(3): 592–600.
- Anshelevich, E., Dasgupta, A., Kleinberg, J., Tardos, E., Wexler, T., y Roughgarden, T. (2004). The price of stability for network design with fair cost allocation. En *45th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*, pp. 295–304, Oct.
- Beirão, G. y Cabral, J. S. (2007). Understanding attitudes towards public transport and private car: A qualitative study. *Transport Policy*, **14**(6): 478–489.
- Blackman, A., Alcázar, F., Carlsson, F., y Planter, M. R. (2018). A contingent valuation approach to estimating regulatory costs: Mexico’s day without driving program. *Journal of the Association of Environmental and Resource Economists*, **5**(3): 607–641.
- Cao, B., Alarabi, L., Mokbel, M. F., y Basalamah, A. (2015). Sharek: A scalable dynamic ride sharing system. En *2015 16th IEEE International Conference on Mobile Data Management*, Vol. 1, pp. 4–13, June.
- Chan, N. D. y Shaheen, S. A. (2012). Ridesharing in north america: Past, present, and future. *Transport Reviews*, **32**(1): 93–112.
- Chiluka, N., Andrade, N., Gkorou, D., y Pouwelse, J. (2012). Personalizing eigentrust in the face of communities and centrality attack. En *2012 IEEE 26th International Conference on Advanced Information Networking and Applications*, pp. 503–510, March.
- Dailey, D., Loseff, D., y Meyers, D. (1999). Seattle smart traveler: dynamic ridematching on the world wide web. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **7**(1): 17 – 32.

- Deakin, E., Frick, K., y Shively, K. (2010). Markets for dynamic ridesharing? *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **2187**: 131–137.
- Dellarocas, C., Dini, F., y Spagnolo, G. (2006). Designing reputation (feedback) mechanisms. *HANDBOOK OF PROCUREMENT*; Cambridge University Press, pp. 1–39.
- Dillet, R. (2015). Blablacar acquires its biggest competitor carpooling. com to dominate european market.
- Duarte, F. y Ratti, C. (2018). The impact of autonomous vehicles on cities: A review. *Journal of Urban Technology*, **0**(0): 1–16.
- Duggan, M. y Smith, A. (2013). Cell internet use 2013. *Washington, DC: PewResearchCenter*, pp. 1–15.
- Eugster, P. T., Felber, P. A., Guerraoui, R., y Kermarrec, A.-M. (2003). The many faces of publish/subscribe. *ACM Comput. Surv.*, **35**(2): 114–131.
- Ferguson, E. (1997). The rise and fall of the american carpool: 1970–1990. *Transportation*, **24**(4): 349–376.
- Frisk, M., Göthe-Lundgren, M., Jörnsten, K., y Rönnqvist, M. (2010). Cost allocation in collaborative forest transportation. *European Journal of Operational Research*, **205**(2): 448 – 458.
- Furuhata, M., Dessouky, M., Ordóñez, F., Brunet, M.-E., Wang, X., y Koenig, S. (2013). Ridesharing: The state-of-the-art and future directions. *Transportation Research Part B: Methodological*, **57**: 28 – 46.
- Gale, D. y Shapley, L. S. (2013). College admissions and the stability of marriage. *The American Mathematical Monthly*, **120**(5): 386–391.
- Ghoseiri, K., Haghani, A. E., Hamedi, M., y Center, M. (2011). *Real-time rideshare matching problem*. Mid-Atlantic Universities Transportation Center Berkeley. U.S. Department of Transportation Research and Innovative Technology Administration UTC Program, RDT-30 1200 New Jersey Ave., SE Washington, DC 20590, pp. 30 – 72.
- Goerzen, C., Kong, Z., y Mettler, B. (2009). A survey of motion planning algorithms from the perspective of autonomous uav guidance. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, **57**(1): 65.
- Gómez Gómez, J. *et al.* (2017). Análisis de la viabilidad en el diseño de un modelo de negocio colaborativo dirigido al transporte y la movilización compartidos. *Universidad EAFIT*, pp. 1–114.

- Gruebele, P. (2008). Interactive system for real time dynamic multi-hop carpooling. *Global Transport Knowledge Partnership*, pp. 3 – 18.
- Huang, Y., Bastani, F., Jin, R., y Wang, X. S. (2014). Large scale real-time ridesharing with service guarantee on road networks. *Proc. VLDB Endow.*, **7**(14): 2017–2028.
- INEGI (2017a). Censo de población y vivienda (2017). estadísticas de vehículos de motor registrados en circulación. instituto nacional de estadística y geografía. <http://www.beta.inegi.org.mx/temas/vehiculos/default.html>.
- INEGI (2017b). Encuesta origen-destino en hogares de la zona metropolitana del valle de México (eod 2017). [http://www.beta.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2018/EstSociodemo/OrgenDest2018\\_02.pdf](http://www.beta.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2018/EstSociodemo/OrgenDest2018_02.pdf).
- John, S., Keith, P., David, Z., Adam, S., Marie-Anne, H., Vicente, R., Humberto, B., Daniel, N., y William, L. (2017). The first 50 years of the north american breeding bird survey. *The Condor*, **119**: 576–593.
- Jøsang, A., Ismail, R., y Boyd, C. (2007). A survey of trust and reputation systems for online service provision. *Decision Support Systems*, **43**(2): 618 – 644. Emerging Issues in Collaborative Commerce.
- Kamar, E. y Horvitz, E. (2009). Collaboration and shared plans in the open world: Studies of ridesharing. En *IJCAI*, Vol. 9, p. 187.
- Kamvar, S. D., Schlosser, M. T., y Garcia-Molina, H. (2003). The eigentrust algorithm for reputation management in p2p networks. En *Proceedings of the 12th International Conference on World Wide Web, WWW '03*, pp. 640–651, New York, NY, USA. ACM.
- Kircher, D. y Wapensky, L. (1978). Vanpooling: an overview. final report. Reporte técnico.
- Kleiner, A., Nebel, B., y Ziparo, V. A. (2011). A mechanism for dynamic ride sharing based on parallel auctions. En *IJCAI*, Vol. 11, pp. 266–272.
- Kreps, D. M. y Wilson, R. (1982). Reputation and imperfect information. *Journal of Economic Theory*, **27**(2): 253 – 279.
- Levin, I. P., Mosell, M. K., Lamka, C. M., Savage, B. E., y Gray, M. J. (1977). Measurement of psychological factors and their role in travel behavior. *Transportation research record*, **649**: 1–7.
- Levofsky, A. y Greenberg, A. (2001). Organized dynamic ride sharing: The potential environmental benefits and the opportunity for advancing the concept. En *Transportation Research Board 2001 Annual Meeting*, pp. 7–11.

- Lilliefors, H. W. (1967). On the kolmogorov-smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*, **62**(318): 399–402.
- Lillo, S. y Costantini, L. (2016). Brasil y México, líderes en economía colaborativa en Latinoamérica. [https://elpais.com/economia/2016/04/28/actualidad/1461851748\\_885644.html](https://elpais.com/economia/2016/04/28/actualidad/1461851748_885644.html).
- Litchfield, J. T. y Wilcoxon, F. (1949). A simplified method of evaluating dose-effect experiments. *Journal of Pharmacology and Experimental Therapeutics*, **96**(2): 99–113.
- Manlove, D. F., Irving, R. W., Iwama, K., Miyazaki, S., y Morita, Y. (2002). Hard variants of stable marriage. *Theoretical Computer Science*, **276**(1): 261 – 279.
- Morency, C. (2007). The ambivalence of ridesharing. *Transportation*, **34**(2): 239–253.
- Morris, C. (1942). Custom and negligence. *Columbia Law Review*, **42**(7): 1147–1168.
- Munkres, J. (1957). Algorithms for the assignment and transportation problems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, **5**(1): 32–38.
- Pujol, J. M., Sangüesa, R., y Delgado, J. (2002). Extracting reputation in multi agent systems by means of social network topology. En *Proceedings of the first international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems part 1 - AAMAS '02*, p. 467, New York, New York, USA. ACM Press.
- Rao, S., Wang, Y., y Tao, X. (2010). The comprehensive trust model in p2p based on improved eigentrust algorithm. En *2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*, Vol. 3, pp. 822–825, March.
- Resnick, P. y Zeckhauser, R. (2002). Trust among strangers in internet transactions: Empirical analysis of ebay’s reputation system. En *The Economics of the Internet and E-commerce*, pp. 127–157.
- Ríos, A. Y. H. (2017). Emisiones del transporte urbano de las ciudades intermedias del norte de México. pp. 122–167.
- Roth, A. E. (1984). Stability and polarization of interests in job matching. *Econometrica*, **52**(1): 47–57.
- Saranow, J. (2006). Carpooling for grown-ups—high gas prices, new services give ride-sharing a boost; rating your fellow rider. *Wall Street Journal*, pp. 1–10.
- Schulz, A. S. y Moses, N. S. (2003). On the performance of user equilibria in traffic networks. En *Proceedings of the Fourteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, SODA '03, pp. 86–87, Philadelphia, PA, USA. Society for Industrial and Applied Mathematics.

- Smith, J. (2015). *Qualitative Psychology: A Practical Guide to Research Methods*. SAGE '03. SAGE Publications. pp. 290–310. ISBN 9781473933415.
- Sotomayor, M. (1999). Three remarks on the many-to-many stable matching problem. *Mathematical Social Sciences*, **38**(1): 55 – 70.
- Sun, K., Liu, F., y Tan, V. (2018). The study of car sharing algorithm based on the time value. *Wireless Personal Communications*, p. 8. Springer Science+Business Media, LLC, part of Springer Nature 2018.
- Thaithatkul, P., Seo, T., Kusakabe, T., y Asakura, Y. (2017). Simulation approach for investigating dynamics of passenger matching problem in smart ridesharing system. *Transportation Research Procedia*, **21**: 29 – 41. International Symposia of Transport Simulation (ISTS) and the International Workshop on Traffic Data Collection and its Standardization (IWTDCS).
- Tian, C., Huang, Y., Liu, Z., Bastani, F., y Jin, R. (2013). Noah: A dynamic ridesharing system. En *Proceedings of the 2013 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, SIGMOD '13, pp. 985–988, New York, NY, USA. ACM.
- von Neumann, J., Morgenstern, O., Kuhn, H., y Rubinstein, A. (2007). *Theory of Games and Economic Behavior (Commemorative Edition)*. Princeton Classic Editions. Princeton University Press. ISBN 9780691130613.
- Wasserman, S. y Galaskiewicz, J. (1994). *Advances in Social Network Analysis: Research in the Social and Behavioral Sciences*. SAGE Focus Editions. SAGE Publications. ISBN 9780803943032.
- William, V. (1961). Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. *The Journal of Finance*, **16**(1): 8–37.
- Winter, S. y Nittel, S. (2006). Ad hoc shared-ride trip planning by mobile geosensor networks. *International Journal of Geographical Information Science*, **20**(8): 899–916.
- Zickuhr, K. y Smith, A. (2012). Digital differences. *Pew Research Center's Internet and American Life Project*, pp. 40–126.